

# Минимизация аппаратных затрат при вычислении коэффициентов обобщенной полиадической системы в полиномиальной системе классов вычетов

Резеньков Д.Н.

Ставропольский военный институт связи Ракетных войск  
Ставрополь, Россия

Основным достоинством полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ) является сравнительная простота выполнения модульных операций (сложения, вычитания, умножения). Выполнение операций в ПСКВ позволяют существенно повысить скорость вычислительных устройств цифровой обработке сигналов.

Для реализации вычислительного процесса с использованием ПСКВ необходимо осуществить преобразование из позиционного кода в модулярный и обратно.

Обратное преобразование из ПСКВ в позиционную систему счисления (ПСС) базируется на применении обобщенной полиадической системы (ОПС) счисления. Введение промежуточной системы счисления [1,3,4], позволяет изображать число  $A$  в виде

$$A = a_1 + a_2 p_1 + a_3 p_1 p_2 + \dots + a_n p_1 \dots p_{n-1} = \sum_{k=1}^n a_k q_{k-1}, \quad (1)$$

где  $a_k$  - цифры в полиадической системе счисления;  $q_k = p_k q_{k-1}$  - вес цифры в ОПС (смешанный базис).

Если обеспечить соответствие между основаниями ОПС и основаниями системы классов вычетов, то справедливо равенство

$$A = (a_1(z), a_2(z), \dots, a_n(z)) = [a_1(z), a_2(z), \dots, a_n(z)]$$

На основании этого можно сделать вывод о возможности перевода кода класса вычетов в кодовую последовательность ОПС. При этом все процедуры должны осуществляться в модулярной арифметике.

Проведенный анализ основных реализаций вычислений коэффициента обобщенной полиадической системы счисления позволил выделить три основных подхода к построению нейросетевых устройств, предназначенных для выполнения этой немодульной операции.

Основу первого подхода составляют методы, базирующиеся на рекуррентном алгоритме вычисления коэффициентов [3,6], согласно которому

$$a_k = \text{rest} A_k (\text{mod } p_k), \quad (2)$$

где  $A_k$  определяется по рекуррентной формуле

$$A_k = (A_{k-1} - a_{k-1}) w_{k-1} \quad (3)$$

где  $A_1 = A$ ;  $w_k = p_k^j$  - формальная обратная величина  $k$ -ого основания по  $j$ -ому основанию ( $j \neq k$ );  $a_{k-1}^*$  - набор остатков по всем модулям, номера которых выше номера  $k-1$ ;  $k=1 \dots n$ .

При этом все операции по вычислению коэффициента  $a_k$  производятся в системе классов вычетов [2,6].

Наряду с достоинствами, такими как параллельно-конвейерная организация вычислений и достаточно высокое быстродействие, очевидны и недостатки данной реализации. Основной недостаток – значительные аппаратные затраты, что затрудняет широкое применение данного метода перевода из непозиционной системы классов вычетов в обобщенную полиадическую систему, определяемую в расширенных полях Галуа.

Сократить аппаратные затраты позволяют методы, обеспечивающие основу второго подхода к построению устройства для преобразования ПСКВ в ОПС [4,6]. Алгоритм вычисления коэффициента ОПС по данному методу позволяет минимизировать аппаратные затраты, необходимые для выполнения этой немодульной операции [5,6]. Последовательное получение коэффициентов ОПС для заданного полинома  $A(z)$  по составным основаниям можно осуществить согласно выражения

$$a_i(z) = \left| \frac{\left| a_i(z) - \sum_{y=1}^{i-1} a_y(z) \cdot \prod_{k=1}^j p_k(z) \right|_{p_i(z)}^+}{\prod_{j=1}^{i-1} p_j(z)} \right|_{p_i(z)}^+ \quad (4)$$

Принимая во внимание парную простоту модулей  $p_i(z)$ , где  $i = \overline{1-n}$ , можно заключить, что схемная реализация обладает пирамидальной структурой

Обеспечивая равную производительность с устройством функционирующем на основе (2) и (3), алгоритм определяемый выражением (4) требует в 1,5 раза меньше схемных затрат.

Основу третьего подхода к реализации процедуры вычисления коэффициентов ОПС в расширенных полях Галуа составляют методы, при которых наиболее трудоемкий этап перевода остаток - коэффициенты осуществляется путем параллельно-конвейерного вычисления коэффициентов [2,5,6]. Существование данного метода обеспечивается в условиях выполнения КТО, согласно которой

$$A = \sum_{i=1}^z a_i(z) B_i(z) \bmod P(z) \quad (5)$$

где  $B_i$  - ортогональный базис  $i$ -го основания.

Реализовав ортогональные базисы модулей ПСКВ, в виде коэффициента ОПС, получаем выражение

$$A = a_i [g_1^1, g_2^1, \dots, g_{k+r}^1] + \dots + a_{k+r} [0, 0, \dots, g_{k+r}^{k+r}] \quad (6)$$

где  $g_i^j$ - коэффициенты ОПС  $j$  –го ортогонального базиса. Тогда, проведя умножение вычетов  $a_i$  на соответствующие коэффициенты ОПС помодульно и поразрядно, при этом, учитывая превышение модуля  $p_i$  как перенос единицы при суммировании результата, коэффициенты ОПС могут быть найдены непосредственно из выражения

$$a_i = \left\| \sum_{j=1}^i \left\| a_j g^j \right\|_{p_i}^+ \right\|_{p_i}^+ + d_{i-1} \right\|_{p_i}^+, \quad (7)$$

где  $d_{i-1}$  - переполнение, полученное при суммировании по модулю  $p_{i-1}$ .

Одним из важнейших свойств ПСКВ, определенных в расширенных полях Галуа  $GF(p^v)$ , является отсутствие межразрядных переносов при вычислении результата по модулю  $p_i(z)$ . Это позволяет свести операцию итеративного получения коэффициентов обобщенной полиадической системы одноктовой процедуре, определяемой выражением

$$a_i(z) = \left\| \sum_{j=1}^i a_j(z) g^j(z) \right\|_{p_i(z)}^+ \right\|_{p_i(z)}^+, \quad (8)$$

где  $i=1,2,\dots,n$  количество оснований кода ПСКВ.

Обладая параллельно-конвейерной организации вычисления, данный алгоритм наиболее удачно реализуется на основе нейронных сетей.

Особенностью данного алгоритма является возможность вычисления коэффициентов ОПС на основе двухслойной нейронной сети за одну итерацию.

Для реализации алгоритма, базирующего на выражении (8) потребуется в 1,15 раз меньше схемных затрат по сравнению с алгоритмом, представленным выражением (4) и более чем в 1,8 раза меньше по сравнению с методом рекурсивного перевода, определяемого выражением (3). При этом перевод из одной системы в другую производится за одну итерацию, в то время как остальные алгоритмы затрачивают по  $n$  - итераций на каждую процедуру.

Можно отметить, применение коэффициентов обобщенной полиадической системы служит идеальной основой для построения отказоустойчивых вычислительных структур, функционирующих в системе классов вычетов [2,6].

Таким образом, применение разработанного метода перевода кодов из ПСКВ в ПСС позволяет повысить эффективность функционирования вычислительных устройств ЦОС, поднимая данные аппаратные средства на качественно более высокую ступень

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

16.Акушский И.Я., Юдицкий Д.М. Машинная арифметика в остаточных классах.-М.:Сов. Радио, 1968.-440с

17.Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О.,Бережной В.В. Архитектура отказоустойчивой нейронной сети для цифровой обработки сигналов /Нейрокомпьютеры: разработка, применение.№12, 2004, с.51-60.

18.Червяков Н.И. Преобразованиецифровых позиционных и непозиционныхкодов в системах управления и связи.- Ставрополь,СВВИУС.1985.-63с.

19.Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., Ряднов С.А.Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ,2003.-288с.

20.Элементы применения компьютерной математики и нейроинформатики/ Н.И. Червяков, И.А. Калмыков, В.А. Галкина, Ю.О. Щелкунова, А.АШилов; под редакцией Н.И. Червякова.-М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.-216с.

Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе класса вычетов.-М.: ФИЗМАТЛИТ,2005.-274