

Анализ и математическая оптимизация деятельности производственной фирмы

Пьянкова Е.С.

Пермский государственный университет

Пермь, Россия

lizovenok@mail.ru

Содержательная постановка задачи.

Рассматривается производственная фирма, занимающаяся производством слабосоленой сельди. Известны затраты на сельдь и соль, а также выпуск продукции за 7 кварталов (1 кв. 2003 г. – 3 кв. 2004 г.). На основании этой информации необходимо решить оптимизационную задачу. Критерием оптимизации служит максимум дохода фирмы.

Математически оптимизационная задача формулируется следующим образом: $\max [pf(x) - wx]$, где x – вектор затрат (x_1 – затраты на сельдь, x_2 – затраты на соль), p – цена единицы продукции, w – цена ресурса (w_1 – цена на сельдь, w_2 – цена на соль), $f(x)$ – производственная функция (которая неизвестна).

Анализ исходных данных проводился методами корреляционного и регрессионного анализов.

Результаты корреляционного анализа.

Парный линейный коэффициент корреляции: $r_{y x_1} \approx 0,97$ $r_{y x_2} \approx 0,94$ $r_{x_1 x_2} \approx 0,86$

Частный коэффициент корреляции: $r_{y x_1, x_2} \approx 0,94$ $r_{y x_2, x_1} \approx 0,86$

Множественный коэффициент корреляции: $R_{0,12} \approx 0,99$

Коэффициент детерминации: $D_{y x_1} \approx 94,69\%$ $D_{y x_2} \approx 87,90\%$ $D_{0,12} \approx 98,57\%$

Результаты регрессионного анализа.

В качестве производственной функции рассматривались линейная и степенная функции. Для каждой функции были вычислены коэффициенты детерминации.

$f(x_1) = -178\,737 + 1,820821x_1$; $R^2 \approx 94,7\%$;

$f(x_1, x_2) = -102\,033 + 1,198672x_1 + 46,5234x_2$; $R^2 \approx 98,6\%$;

$f(x_1) = 0,158179x_1^{1,16912126}$; $R^2 \approx 95\%$;

$f(x_1, x_2) = 0,94304823x_1^{0,82138392} x_2^{0,32407764}$; $R^2 \approx 98,4\%$.

На основании этих результатов в качестве производственной функции была выбрана линейная функция от двух параметров.

С использованием найденной производственной функции была решена задача максимизации прибыли. Долгосрочная задача оказалась неразрешимой, так как линейная производственная функция неограничена сверху, а, значит, прибыль тем больше, чем больше вектор затрат. При решении краткосрочной задачи на вектор затрат вводились дополнительные ограничения, в частности ограничение на общую сумму затрат.

Обнаруженная в ходе решения поставленных задач проблема зависимости исходных данных была разрешена путем смягчения ограничений и допущения абстрактных решений.

Таким образом, в работе были проанализированы данные действующей производственной фирмы и построена на их основе модель, пригодная для принятия управленческих решений.