РАСШИРЕНИЕ СИСТЕМЫ ОСНОВАНИЙ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ И КОРРЕКЦИЯ ОШИБОК В МОДУЛЯРНОМ КОДЕ КЛАССОВ ВЫЧЕТОВ

Калмыков И.А., Резеньков Д.Н., Петлеваный С.В., Тимошенко Л.И.

Ставропольский военный институт связи Ракетных войск,

г. Ставрополь, Россия

kia762@yandex.ru

Проблема исследований: В настоящее время при построении современных систем цифровой обработки сигналов (ЦОС) особое внимание уделяется обеспечению отказоустойчивости специализированных процессоров (СП), составляющих основу таких систем. Одним из наиболее перспективных направлений обеспечения устойчивости к отказам является применение корректирующих кодов, обладающих свойством арифметичности. Использование полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ) позволяет обнаруживать и корректировать ошибки в процессе функционирования непозиционного СП ЦОС. Разработка метода обнаружения и исправления ошибок в кодах ПСКВ позволит повысить эффективность функционирования СП класса вычетов.

Решение проблемы: Повышенные требования к качеству решения задач цифровой обработки сигналов (ЦОС) предопределили новый этап в развитии математических моделей ЦОС, обеспечивающих параллельную обработку сигналов и построенных на основе алгебраических систем, обладающим свойством конечного кольца или поля. Среди таких систем особое место занимает полиномиальная система классов вычетов (ПСКВ), которая относится к параллельным вычислительным системам. В данной алгебраической системе, входные отсчеты $A(z)$, представленные в полиномиальной форме, приводятся к виду

$$A(z)=(a_1(z),a_2(z),\ldots,a_n(z)), \tag{1}$$

где $a_i(z)\equiv A(z) mod\ p_i(z)$, $i=1,2,...,n$.

Наряду с высоким быстродействием полиномиальная система классов вычетов обладает способностью обеспечивать устойчивость к отказам вычислительным системам [1,2,3].

Среди методов обнаружения и коррекции ошибок в модулярных кодах особое место занимает метод, базирующийся на вычислении синдрома ошибок по контрольным основаниям [1,4,5]. В основу данного метода положено определение разности между значениями остатков $a_{k+1}(z), a_{k+2}(z),\ldots,a_{k+r}(z)$ по контрольным основаниям полинома $A(z) = (a_1(z),\ldots,a_k(z),a_{k+1}(z),\ldots,a_{k+r}(z))$ и результатом вычисления остатков $a'_{k+1}(z), a'_{k+2}(z),\ldots,a'_{k+r}(z)$ с использованием рабочих оснований, т. е.

$$\begin{cases} d_{k+1}(z) = \left|a_{k+1}(z) - a'_{k+1}(z)\right|^{+}_{p_{k+1}(z)} \\ \vdots \\ d_{k+r}(z) = \left|a_{k+r}(z) - a'_{k+r}(z)\right|^{+}_{p_{k+r}(z)} \end{cases} \quad (2)$$

где $a'_j(z) = f(a_1(z),\ldots,a_k(z))$; $j = k+1,\ldots,k+r$; f – алгоритм вычисления остатков по рабочим основаниям.

В работе [1] представлен метод расширения системы оснований ПСКВ, в основу которого положена следующая теорема.

Теорема. В упорядоченной ПСКВ с рабочими $p_1(z)$, $p_2(z),\ldots, p_k(z)$ и контрольными $p_{k+1}(z)$, $p_{k+2}(z),\ldots$, $p_{k+r}(z)$ основаниями, полином $A(z) = (a_1(z),a_2(z),\ldots,a_{k+r}(z))$ не содержит ошибок, если выполняется условие

$$\left|a_j(z) - a'_j(z)\right|^{+}_{p_j(z)} = 0, \quad (3)$$

где $a'_j(z) = \left|C_j(z)\left|\sum_{i=1}^{k} a_i(z)R_i(z) + K_a(z)\right|^{+}_{p_j(z)}\right|^{+}_{p_j(z)}$; $C_j(z) = \left|R_j^{-1}(z)\right|^{+}_{p_j(z)}$; $K_a(z)$ – ранг полинома $A(z)$ в безизбыточной ПСКВ; $R_i(z) = \left\lfloor B_i(z)/P_{раб}(z)\right\rfloor$; $j=k+1,\ldots,k+r$.

Доказательство. Известно, что интервальный номер $l(z)$, в котором находится полином $A(z)$ определяется выражением

$$l_{инт}(z) = \left\lfloor A(z)/P_{раб}(z)\right\rfloor. \quad (4)$$

В то же самое время согласно КТО исходный полином представляется

$$A(z) = \sum_{i=1}^{k+r} a_i(z)B_i(z) \bmod P_{полн}(z). \quad (5)$$

Подставив равенство (5) в выражение (4) и, воспользовавшись свойством сравнимости ортогональных базисов полной и безызбыточной ПСКВ, получаем

$$l_{инт}(z)=\left|\sum_{i=1}^{k+r}a_i(z)R_i(z)+K_a(z)\right|^{+}_{P_{конт}(z)}, \tag{6}$$

где $R_i(z)=\lfloor B_i(z)/P_{раб}(z)\rfloor$; $K_a(z)=\left[\sum_{i=1}^{k}a_i(z)B_i^*(z)\Big/P_{раб}(z)\right]$;

$B_i^*(z)\equiv B_i(z)\bmod P_{раб}(z)$; $P_{конт}(z)=\prod_{i=k+1}^{k+r}p_i(z)$.

Положим, что $P_{конт}(z)=p_j(z), j=k+1,\dots,k+r$. Тогда (6) примет вид

$$l_{инт}(z)=\left|\sum_{i=1}^{k}a_i(z)R_i(z)+r_a(z)+R_j(z)a_j^{'}(z)\right|^{+}_{P_j(z)} \tag{7}$$

Если полином $A(z)\in P_{раб}(z)$, то $l_{инт}(z)=0$. Следовательно, справедливо

$$\left|R_j(z)a_j^{'}(z)\right|^{+}_{P_j(z)}=\left|\sum_{i=1}^{k}a_i(z)R_i(z)+K_a(z)\right|^{+}_{P_j(z)} \tag{8}$$

Тогда

$$a_j^{'}(z)=\left|C_j(z)\left|\sum_{i=1}^{k}a_i(z)R_i(z)+K_a(z)\right|^{+}_{P_j(z)}\right|^{+}_{P_j(z)}, \tag{9}$$

где $C_j(z)=\left|R_j^{-1}(z)\right|^{+}_{P_j(z)}$.

Таким образом, на основании (9) вычисляются остатки $a_j^{'}(z)$ по контрольным основаниям на основе известных значений $a_1(z),a_2(z),\mathbf{K},a_k(z)$. Следовательно, если выполняется условие $\left|a_j(z)-a_j^{'}(z)\right|^{+}_{P_j(z)}=0$, то полином $A(z)\in P_{раб}(z)$, и он не содержит ошибки. Доказательство закончено.

В работе [1] представлена структура вычислительного устройства, реализующего (9) в расширенном поле Галуа $GF(2^4)$. Проведем расчет схемных затрат необходимых для реализации данного устройства в виде НС. Полагаем, что система ПСКВ содержит два контрольных основания. Полученные данные сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Схемные затраты на нейросетевую реализацию

Сумматоры		Схемные затраты		
Количество сумматоров	Разряды	*GF*(2^3)	*GF*(2^4)	*GF*(2^5)
	2	2		
	3	1	1	
	4		2	
	5	1	3	3
	6		2	
	7			2
	8			
	9			
	11			3
	12			1
	13			1
Количество нейронов		19	56	104

Выводы: Анализ таблицы показывает, что предложенный метод контроля и коррекции ошибки в кодах ПСКВ позволяет создавать устройства поиска и коррекции ошибок характеризующиеся минимальными схемными затратами.

Литература

1. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов/ Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 276 с.

2. Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В. Математическая модель нейронных сетей для исследования ортогональных преобразований в расширенных полях Галуа/Нейрокомпьютеры: разработка, применение. №6, 2003. с.61-68с.

3. Калмыков И.А. Разработка метода контроля и коррекции ошибок для непозиционного спецпроцессора с деградируемой структурой/Збірник наукових праць 2004 - Київ, Національна Академія Наук Укріни, Выпуск № 25, с. 65-78.