ОБНАРУЖЕНИЕ И КОРРЕКЦИЯ ОШИБОК В МОДУЛЯРНОМ КОДЕ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КЛАССОВ ВЫЧЕТОВ

Калмыков И.А., Хайватов А.Б., Сагдеев А.К.

Ставропольский военный институт связи Ракетных войск,

г. Ставрополь, Россия

kia762@yandex.ru

Проблема исследований: Современные системы цифровой обработки сигналов (ЦОС) характеризуются значительными схемными затратами. Поэтому обеспечение отказоустойчивости таких систем в процессе функционирования является одной из актуальных проблем. Применение полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ) позволяет не только выполнять ортогональные преобразования сигналов в реальном масштабе времени, но и осуществлять процедуру поиска и коррекции ошибок, возникающих в процессе функционирования непозиционного спецпроцессора (СП) ЦОС. Разработка нового метода обнаружения и исправления ошибок в кодах ПСКВ, базирующегося на вычислении синдрома ошибки с использованием псевдоортогональных полиномов, позволит повысить эффективность функционирования СП класса вычетов.

Решение проблемы: Качественно новые требования к цифровой обработке сигналов обусловили повышенный интерес к разработке математических моделей ЦОС, построенных на основе алгебраических систем, обладающим свойством конечного кольца или поля. Особое место среди таких систем занимает полиномиальная система классов вычетов (ПСКВ) [1,2,3]. Данная система относится к параллельным вычислительным системам, в которой исходный полином $A(z)$ представляется в виде n-разрядного вектора вида

$$A(z)=(a_1(z),a_2(z),\ldots,a_n(z)), \quad (1)$$

где $a_i(z)\equiv A(z) \bmod p_i(z)$, $i=1,2,...,n$.

Наряду с высоким быстродействием, обусловленным малоразрядностью остатков и модульностью вычислений, полиномиальная система классов вычетов обладает способностью обеспечивать устойчивость к отказам вычислительным системам, функционирующим в ПСКВ. Рассматривая алгоритмы расширения системы оснований, положенные в основу метода контроля и коррекции ошибок в кодах ПСКВ с использованием синдрома ошибки, нельзя не отметить возможность применения псевдоортогональных полиномов [1].

Нарушение ортогональности по контрольным основаниям приводит к тому, что данные полиномы лежат внутри рабочего основания. Если представить полином $A(z)$ в виде суммы ортогональных полиномов $A_i(z)$, у которых все остатки равны нулю за исключением $p_i(z)$, т.е.

$$\left(a_1(z), a_2(z), \ldots, a_{k+r}(z)\right) = \left(a_1(z), 0, \ldots, 0\right) + \left(0, a_2(z), 0, \ldots, 0\right) + \left(0, 0, \ldots, a_{ki+r}(z)\right),$$

то справедливо

$$\left|a_i(z) B_i(z)\right|^{+}_{P_{полн}(z)} = \left(0, \ldots, 0, a_i(z), 0, \ldots, 0\right). \tag{2}$$

Известно, что если в псевдоортогональных полиномах нарушена ортогональность по контрольным основаниям, то данные полиномы являются ортогональными полиномами безызбыточной системы оснований полиномиальной системы классов вычетов $a_i(z) B_i^*(z) \bmod P_{раб}(z)$ [1]. Для получения псевдоортогональных полиномов проведем расширение системы оснований $p_1(z), \ldots, p_k(z)$ на r контрольных оснований $p_{k+1}(z), \ldots, p_{k+r}(z)$ и представим ортогональные полиномы $a_i(z) B_i^*(z) \bmod P_{раб}(z)$ в виде

$$\begin{cases} a_1(z) B_1^*(z) \bmod P_{раб}(z) \equiv (a_1(z), 0, \ldots, 0, g^1_{k+1}(z), \ldots, g^1_{k+r}(z)); \\ a_2(z) B_2^*(z) \bmod P_{раб}(z) \equiv (0, a_2(z), \ldots, 0, g^2_{k+1}(z), \ldots, g^2_{k+r}(z)); \\ \vdots \\ a_k(z) B_k^*(z) \bmod P_{раб}(z) \equiv (0, 0, \ldots, a_k(z), g^k_{k+1}(z), \ldots, g^k_{k+r}(z)). \end{cases} \tag{3}$$

Учитывая, что в процессе выполнения операции не бывает выход за пределы $P_{раб}(z)$, получаем, что значение полинома

$$A(z) = (a_1(z), 0, \ldots, 0, g^1_{k+1}(z), \ldots, g^1_{k+r}(z)) + (0, a_2(z), \ldots, 0, g^2_{k+1}(z), \ldots, g^2_{k+r}(z)) + \\ + \ldots + (0, 0, \ldots, a_k(z), g^k_{k+1}(z), \ldots, g^k_{k+r}(z)).$$

Следовательно, справедливо

$$\begin{cases} a_{k+1}(z) = \sum_{j=1}^{k} g_{k+1}^{j}(z) \bmod p_{k+1}(z); \\ \vdots \\ a_{k+r}(z) = \sum_{j=1}^{k} g_{k+r}^{j}(z) \bmod p_{k+r}(z). \end{cases} \tag{4}$$

Таким образом, на основании выражения (4) и воспользовавшись значениями псевдоортогональных полиномов, определяемых (3), можно вычислить значения остатков по контрольным основаниям $a_{k+1}^{*}(z),\ldots,a_{k+r}^{*}(z)$ согласно

$$\begin{cases} a_{k+1}^{*}(z) = \sum_{j=1}^{k} g_{k+1}^{j}(z) \bmod p_{k+1}(z); \\ \vdots \\ a_{k+r}^{*}(z) = \sum_{j=1}^{k} g_{k+r}^{j}(z) \bmod p_{k+r}(z). \end{cases} \tag{5}$$

Затем на основании полученных значений $a_{k+1}^{*}(z),\ldots,a_{k+r}^{*}(z)$ и значений $a_{k+1}(z),\ldots,a_{k+r}(z)$, поступающих на вход устройства коррекции ошибок, можно определить синдром ошибки согласно выражения

$$\begin{cases} d_{k+1}(z) = \left| a_{k+1}(z) - a_{k+1}^{*}(z) \right|_{p_{k+1}(z)}^{+} = \left(a_{k+1}(z) - \sum_{j=1}^{k} g_{k+1}^{j}(z) \right) \bmod p_{k+1}(z); \\ \vdots \\ d_{k+r}(z) = \left| a_{k+r}(z) - a_{k+r}^{*}(z) \right|_{p_{k+r}(z)}^{+} = \left(a_{k+r}(z) - \sum_{j=1}^{k} g_{k+r}^{j}(z) \right) \bmod p_{k+r}(z). \end{cases} \tag{6}$$

Если синдром ошибки равен нулю, т.е.

$$\begin{cases} d_{k+1}(z) = \left| a_{k+1}(z) - a_{k+1}^{*}(z) \right|_{p_{k+1}(z)}^{+} = 0; \\ \vdots \\ d_{k+r}(z) = \left| a_{k+r}(z) - a_{k+r}^{*}(z) \right|_{p_{k+r}(z)}^{+} = 0. \end{cases} . \tag{7}$$

то исходный полином $A(z) \in P_{раб}(z)$. В противном случае при условии

$$\begin{cases} d_{k+1}(z) = \left| a_{k+1}(z) - a_{k+1}^{*}(z) \right|_{p_{k+1}(z)}^{+} \neq 0; \\ \vdots \\ d_{k+r}(z) = \left| a_{k+r}(z) - a_{k+r}^{*}(z) \right|_{p_{k+r}(z)}^{+} \neq 0. \end{cases} , \tag{8}$$

модулярная комбинация является запрещенной. Тогда в зависимости от величины синдрома ошибки осуществляется коррекция ошибки, т.е.

$$A(z)=(a_1(z),\ldots,a_i^{'}(z),\ldots,a_k(z))+(0,\ldots,Da_i(z),\ldots,0)= \\ =(a_1(z),\ldots,a_i^{'}(z)+Da_i(z),\ldots,a_k(z))=(a_1(z),\ldots,a_i(z),\ldots,a_k(z)) \quad (9)$$

где $(0,\ldots,Da_i(z),\ldots,0)$ - вектор ошибки модулярного кода; $Da_i(z)$ - глубина ошибки по i-му модулю; $a_i(z)=\left|a_i^{'}(z)+Da_i(z)\right|_{p_i(z)}^{+}$.

В работе [1] представлена структура устройства для коррекции ошибок в полиномиальной системе классов вычетов поля $GF(2^4)$ с использованием псевдоортогональных полиномов.

Выводы: Полученные данные свидетельствуют, что применение разработанного метода позволяет сократить аппаратурные затраты необходимые на реализации процедур поиска и локализации в модулярных кодах по сравнению с ранее известными методами, приведенными в работе [5], что обеспечивает более надежную работу всего вычислительного устройства ЦОС. Кроме того, для реализации процедуры вычисления синдрома ошибки требуется двухслойная НС, что позволяет выполнить операцию поиска и локализации ошибок всего за одну итерацию.

Литература

1. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов/ Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 276 с.

2. Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В. Математическая модель нейронных сетей для исследования ортогональных преобразований в расширенных полях Галуа/Нейрокомпьютеры: разработка, применение. №6, 2003. с.61-68с.

3. Элементы применения компьютерной математики и нейроинформатики /Н.И. Червяков, И.А. Калмыков И.А., В.А. Галкина, Ю.О. Щелкунова, А.А. Шилов; Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 216с.