

ЭВОЛЮЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В РЕГУЛЯРНЫХ СТРУКТУРАХ С НЕСТАЦИОНАРНЫМИ СРЕДАМИ

*Глущенко А.Г., Ефимова А.А.

Поволжская государственная академия телекоммуникаций и информатики

E-mail: *gag@pgati.da.ru

Вопросам взаимодействия электромагнитных полей со средами с временными изменениями электромагнитных параметров (диэлектрической и магнитной проницаемостей, проводимости) посвящено много публикаций [1-6]. Рассматривались волны в природных средах (ионосфера, флуктуирующие слои тропосферы и др.), искусственных средах (ядерный взрыв, плазма в газоразрядных лампах и др.); в плазменных образования, при релаксации среды после прохождения лазерного импульса. Метод модового базиса [3,5,6] удобен для исследования колебаний в резонаторах с нестационарной, неоднородной средой; для разработки нового подхода к изучению электромагнитных волн в нестационарных волноводах и безграничных средах.

Рассмотрим метод построения модового базиса для геометрически регулярных волноводов. Волновод предполагается геометрически регулярным вдоль оси OZ , его поперечное сечение S произвольным. С учетом материальных уравнений:

$$\dot{\mathbf{D}} = \epsilon \dot{\mathbf{E}} + 4p\dot{\mathbf{P}}(\dot{\mathbf{E}}); \quad \dot{\mathbf{B}} = m\dot{\mathbf{H}} + 4p\dot{\mathbf{M}}(\dot{\mathbf{H}}) \quad (1)$$

систему уравнений Максвелла для поля в волноводе можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \nabla \times \dot{\mathbf{E}} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (m\dot{\mathbf{H}}) - \frac{4p}{c} \dot{\mathbf{J}}_M & \nabla \times \dot{\mathbf{H}} &= \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \dot{\mathbf{E}}) + \frac{4p}{c} \dot{\mathbf{J}}_Э \\ \nabla \cdot \dot{\mathbf{D}} &= 4p(r_S + r_0) & \nabla \cdot \dot{\mathbf{B}} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$\dot{\mathbf{J}}_Э$, $\dot{\mathbf{J}}_M$ - плотности электрического и магнитного токов, r_0 , r_S - плотность свободного заряда и плотность заряда сторонних источников.

Граничные условия на стенках:

$$\dot{\mathbf{n}} \cdot \dot{\mathbf{H}}|_L = 0 \quad \dot{\mathbf{n}} \times \dot{\mathbf{E}}|_L = 0 \quad (3)$$

Вектора напряженностей электрического $\dot{\mathbf{E}}$ и магнитного $\dot{\mathbf{H}}$ полей, представим в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}} &= \dot{\mathbf{E}} + \dot{z}_0 E_z; & \dot{\mathbf{H}} &= \dot{\mathbf{H}} + \dot{z}_0 H_z \\ \dot{\mathbf{J}}_Э &= \dot{\mathbf{j}} + \dot{z}_0 j_z & \dot{\mathbf{J}}_M &= \dot{\mathbf{j}} + \dot{z}_0 j_z \end{aligned} \quad (4)$$

Представляя оператор Гамильтона в виде продольной и поперечной составляющих $\nabla = \nabla_t + \dot{z}_0 \partial/\partial t$ из векторов $\dot{\mathbf{E}}$ и $\dot{\mathbf{H}}$ создается четырехмерный вектор-столбец:

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{E}} \\ \dot{\mathbf{H}} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Вводится функциональное пространство четырехмерных вектор-функций $\dot{\mathbf{X}}(\mathbf{r})$ с энергетической метрикой вида:

$$\langle \dot{\mathbf{X}}_1, \dot{\mathbf{X}}_2 \rangle = \frac{1}{8pS} \int ds (\dot{\mathbf{E}}_1 \cdot \dot{\mathbf{E}}_2^* + \dot{\mathbf{H}}_1 \cdot \dot{\mathbf{H}}_2^*) \quad (6)$$

Вводится два матричных дифференциальных оператора:

$$\hat{W}_H = \begin{pmatrix} 0 & [\dot{z}_0 \times \nabla_t] \nabla_t \cdot \\ \nabla_t [\dot{z}_0 \times \nabla_t] \cdot & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\hat{W}_E = \begin{pmatrix} 0 & \nabla_t [\nabla_t \times \dot{z}_0] \cdot \\ [\nabla_t \times \dot{z}_0] \nabla_t \cdot & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Тогда уравнения (1) – (3) можно представить в виде операторных уравнений:

$$\hat{W}_H \dot{\mathbf{X}} = \left(\begin{array}{l} \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial t} \frac{e}{c} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \frac{\mathbf{r}}{c} \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial z} [\mathbf{H} \times \mathbf{z}_0] \right\} + \frac{4p}{m} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \frac{m}{c} \mathbf{j} + [\mathbf{z}_0 \times \nabla_t \mathbf{r}^M] \right\} \\ - \frac{\partial}{\partial t} \frac{m}{c} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \frac{e}{c} [\mathbf{z}_0 \times \mathbf{E}] + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{H} \right\} - \frac{4p}{c} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \frac{m}{c} [\mathbf{z}_0 \times \mathbf{j}] \times \nabla_t \mathbf{j}^e \right\} \end{array} \right) \quad (9)$$

$$\hat{W}_E \dot{\mathbf{X}} = \left(\begin{array}{l} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{e}{c} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \frac{\mathbf{r}}{c} \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{m}{c} [\mathbf{H} \times \mathbf{z}_0] \right\} - \frac{4p}{c} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \frac{e}{c} [\mathbf{j}^M \times \mathbf{z}_0] \times \nabla_t \mathbf{j}_z \right\} \\ \frac{1}{e} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial t} \frac{e}{c} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} [\mathbf{z}_0 \times \mathbf{E}] + \frac{\partial}{\partial t} \frac{m}{c} \mathbf{H} \right\} + \frac{4p}{e} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \frac{e}{c} \mathbf{j}^M + [\nabla_t \mathbf{r} \times \mathbf{z}_0] \right\} \end{array} \right) \quad (10)$$

Левые части уравнений (9), (10) включают операторы дифференцирования по поперечным координатам, которые можно дополнить граничными условиями.

Поставим задачу на собственные значения для операторов (7) и (8):

$$\hat{W}_H \dot{\mathbf{Y}}_m = p_m \dot{\mathbf{Y}}_m, \quad (11)$$

$$\hat{W}_E \dot{\mathbf{Z}}_n = q_n \dot{\mathbf{Z}}_n \quad (12)$$

где $\dot{\mathbf{Y}}_m, \dot{\mathbf{Z}}_n$ - собственные вектора, а p_m и q_n - отвечающие им собственные числа.

Вектор $\dot{\mathbf{X}}$ (5) можно разложить в ряд Фурье по системе собственных векторов:

$$\dot{\mathbf{X}} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m(z, t) \dot{\mathbf{Y}}_m + \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n(z, t) \dot{\mathbf{Z}}_n \quad (13)$$

Подлежат определению коэффициенты A_m, B_n .

$$\mathbf{E}_{mn} = \sum_{m=1}^{\infty} e_m [\nabla_t \Psi_m \times \mathbf{z}_0] + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \nabla_t \Phi_n \quad (14)$$

$$\mathbf{H}_{mn} = \sum_{m=1}^{\infty} h_m \nabla_t \Psi_m + \sum_{n=1}^{\infty} b_n [\mathbf{z}_0 \times \nabla_t \Phi_n] \quad (15)$$

$A_{\pm m} = \frac{e_m \pm h_m}{2}$, $B_{\pm n} = \frac{a_n \pm b_n}{2}$, Ψ_m, Φ_n - собственные функции задач Неймана и Дирихле для скалярных мембранных функций:

$$-\nabla_t^2 \Psi_m(\mathbf{r}) = p_m \Psi_m(\mathbf{r}) \quad \frac{\partial}{\partial n} \Psi_m|_L = 0 \quad (16)$$

$$-\nabla_t^2 \Phi_n(\mathbf{r}) = q_n \Phi_n(\mathbf{r}) \quad \Phi_n|_L = 0 \quad (17)$$

Собственные числа $p_m > 0$ и $q_n > 0$ в векторных задачах (11), (12) совпадают соответственно с собственными числами в задачах (16), (17).

Для коэффициентов разложения поля по базису e_m, h_m, a_n, b_n получается система эволюционных уравнений [5]:

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \frac{m}{c} \frac{\partial}{\partial t} e e_m + \frac{\partial}{\partial t} \frac{m}{c} \frac{\partial}{\partial z} h_m + c p_m^2 e_m = -p_m j_m^M - \frac{\partial}{\partial t} m \mathbf{l}_m \\ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial t} \frac{m}{c} \frac{\partial}{\partial t} e e_m + \frac{\partial}{\partial z} \frac{m}{c} \frac{\partial}{\partial z} h_m - m p_m^2 h_m = p_m \mathbf{r}_m^M - \frac{\partial}{\partial z} m \mathbf{l}_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} e \frac{\partial}{\partial t} b_n + \frac{\partial}{\partial t} e \frac{\partial}{\partial z} a_n + c q_n^2 b_n = -q_n j_n - \frac{\partial}{\partial t} e I_n^M \\ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial z} e \frac{\partial}{\partial t} m b_n + \frac{\partial}{\partial z} e \frac{\partial}{\partial z} a_n - e q_n^2 a_n = q_n r_n^\ominus - \frac{\partial}{\partial z} e I_n^M \end{cases}$$

В случае Н-волн составляющие векторов напряженностей электрического и магнитного полей $\dot{\mathbf{E}}_{\pm m}$ и $\dot{\mathbf{H}}_{\pm m}$ (4) могут быть представлены в виде:

$$\dot{\mathbf{E}}_{\pm m} = A_{\pm m}(z, t) [\nabla_t \Psi_m \times \vec{z}_0], \quad \dot{\mathbf{H}}_{\pm m} = \pm A_{\pm m}(z, t) \nabla_t \Psi_m,$$

$$E_{\pm mz} = 0, \quad H_{\pm mz} = \pm \Psi_m \int_{z_0}^z A_{\pm m}(z', t) dz'$$

В случае регулярного волновода с однородной средой, когда диэлектрическая проницаемость изменяется по линейному закону $\epsilon(t) = \epsilon_0 + c_1 t$ напряженность электрического поля Н-волны меняется по закону отличному от гармонического:

$$E_{\pm m} = E_0 \cdot \exp(-i\Gamma_m z) \left\{ [J_1(w_m t) + Y_1(w_m t)] \pm [J_0(w_m t) + Y_0(w_m t)] \frac{1}{c_1 t} \right\} \left[\nabla_t \Psi_m \times \vec{z}_0 \right]$$

$$t = \frac{\sqrt{\epsilon_0 + c_1 t}}{c_1}. \quad \text{Амплитуда и частота колебаний во времени медленно убывают. Для}$$

волновода с нестационарной средой, когда за промежуток времени 10^{-7} с диэлектрическая проницаемость среды ($C_1 = 10^7$ 1/с) меняется от 1 до 2, амплитуда и частота уменьшаются до 0,84 от начальных значений. При $C_1 = 10^5$ (1/с) изменение амплитуды составляет менее 1% от начальной, напряженность электрического поля изменяется во времени практически по гармоническому закону. Поперечные и продольные составляющие вектора напряженности магнитного поля в случае Н-волн имеют такую же зависимость от времени, как $E_{\pm m}$.

При изменении диэлектрической проницаемости среды по квадратичному закону:

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 + c_2 t^2$$

$$E_{\pm m} = E_0 \cdot \exp(-i\Gamma_m z) \cdot F \left\{ [j_m], [j_m], \left[\frac{1}{2} \right], \left[-\frac{c_2}{\epsilon_0} t^2 \right] \right\} \left[\nabla_t \Psi_m \times \vec{z}_0 \right]$$

где $F\{[a_1], [a_2], [a_3], [x]\}$ - гипергеометрическая функция с параметрами a_1, a_2, a_3 ,

$$j_m = \frac{3}{4} + \sqrt{17 + \frac{c_2 p_m^2}{c_2}}.$$

С ростом диэлектрической проницаемости среды, описываемым соотношением амплитуда и частота колебаний вектора напряженности электрического поля медленно уменьшаются. Рост диэлектрической проницаемости приводит к уменьшению амплитуды и частоты колебаний со скоростью, зависящей от параметров модуляции среды χ_1 и χ_2 .

Установлено, что полученные в данной работе уравнения для коэффициентов разложения векторов напряженностей электромагнитного поля по модовому базису позволяют в отличие от других подходов получить аналитические решения для многих видов функций $\epsilon(t)$, что позволяет лучше понять физические свойства структур с нестационарными средами.

1. Шварцбург А. Б., Дисперсия электромагнитных волн в слоистых и нестационарных средах.// Успехи физических наук. 2000. Т. 170. №12. с. 1314-1324.

2. Шварцбург А. Б. Отражение электромагнитных волн от нестационарных сред.// *Квантовая электроника*. 1998. Т. 25. №5. с. 201-205.
3. Tretyakov O.A. // *Proc. Sino-British Joint Meeting on Optical Fiber Communications. Beijing, 1986. p. 333.*
4. Назаров З. Ф., Шматько А. А. Электромагнитные колебания в резонансных объемах с нестационарной средой. // *Радиотехника и электроника*. 1988., Т.33., в.5., с. 1079-1081.
5. Третьяков О. А. Эволюционные волновые уравнения.// *Радиотехника и электроника*. 1989. Т.34., в. 5., с 917-926.
6. Глуценко А. Г., Ефимова А. А. Исследование регулярного волновода с модулируемой во времени диэлектрической проницаемостью среды. // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2004, Т. 7, № 2, с. 36-39.