ПРИМЕНЕНИЕ НОРМИРОВАННОГО СЛЕДА ПОЛИНОМА ДЛЯ ПРОЦЕДУР ПОИСКА И КОРРЕКЦИИ ОШИБОК В МОДУЛЯРНЫХ КОДАХ

Калмыков И.А.

Северо-Кавказский государственный технический университет

г. Ставрополь, Россия, kia762@yandex.ru

Применение полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ) позволяет не только повысить скорость работы вычислительных устройств, но и обеспечивать требуемый уровень надежности функционирования специализированных процессоров (СП) [1,2]. Рассматривая процедуры обнаружения и коррекции ошибок, нельзя не отметить возможность применения для данных процедур позиционной характеристики - нормированного следа.

Теорема. Если в системе ПСКВ, содержащей k информационных и r избыточных оснований, в результате нулевизации $A(z)$ получен нормированный след полинома

$$(0,0,0,\ldots,0,g_{k+1}(z),g_{k+2}(z),\ldots,g_{k+r}(z)), \tag{1}$$

то номер интервала, в который попадет ошибочный полином $A^*(z)$, равен

$$l_{инт}(z)=\left|\sum_{j=k+1}^{k+r} R_j(z) g_j(z)\right|^{+}_{P_{конт}(z)}, \tag{2}$$

где $R_j(z)=\lfloor B_j(z)/P_{раб}(z)\rfloor$; $P_{конт}(z)=\prod_{i=k+1}^{k+r} p_i(z)$.

Доказательство. Докажем в начале, что если хотя бы один $g_j(z)\neq 0$, где $j=k+1,\ldots,k+r$, то полином $A^*(z)$ является запрещенным. Заменим произведение r избыточных оснований ПСКВ одним составным модулем $P_{конт}(z)=\prod_{i=k+1}^{k+r} p_i(z)$.

Тогда полином $A(z)=(a_1(z),a_2(z),\ldots,a_{k+1}(z),\ldots,a_{k+r}(z))$, примет вид

$$A(z)=(a_1(z),a_2(z),\ldots,a_k(z),a_{конт}(z)), \tag{3}$$

где $A(z)\equiv a_{конт}(z) \bmod P_{конт}(z)$.

Если в кодовой комбинации $A(z)$ произошла ошибка, то результатом операции параллельной нулевизации $A^*(z)$ с использованием псевдоортогональных базисов $A_{ik}(z)$ будет отличный от нуля нормированный след

$$(0,0,0,\ldots,0,g_{конт}(z)), \tag{4}$$

где $g_{конт}(z)=(a_{конт}(z)-\sum_{i=1}^{k} g^{i}_{конт}(z)) \bmod P_{конт}(z);\ g^{i}_{конт}(z)\equiv B_i^*(z) \bmod P_{конт}(z)$;

$B_i^*(z)$ - ортогональный базис безизбыточной ПСКВ.

С другой стороны, согласно китайской теореме об остатках (КТО)

$$g_{конт}(z)=\sum_{j=k+1}^{k+r} g^{j}_{конт}(z)U_j(z) \bmod P_{конт}(z), \tag{5}$$

где $g^{j}_{конт}(z)\equiv g(z) \bmod p_j(z)$; $U_j(z)$ – ортогональный базис ПСКВ с основаниями $p_{k+1}(z),\ldots, p_{k+r}(z)$.

Так как $g_{конт}(z)\neq 0$, то хотя бы один $g^{j}_{конт}(z)$ отличен от нуля. Таким образом, если в результате нулевизации $A^*(z)$ и псевдоортогональных базисов получен след полинома $(0,\mathbf{K},0,g_{k+1}(z),\ldots,g_{k+r}(z))\neq 0$, то полином - ошибочный.

Докажем теперь, что величина интервального номера $l_{инт}(z)$ определяется выражением (2). Пусть в результате процедуры нулевизации полинома $A^*(z)$ получим нормированный след $g(z)=(0,0,0,\ldots,0,g_{k+1}(z),g_{k+2}(z),\ldots,g_{k+r}(z))$ отличный от нуля. Известно

$$A^*(z)=A(z)+DA_i(z), \tag{6}$$

где $DA_i(z)=(Da_i(z)B_i(z)) \bmod P_{полн}(z); Da_i(z)$-глубина ошибки по i-ому основанию.

При этом $DA_i(z)=g(z)=(0,0,0,\ldots,0,g_{k+1}(z)g_{k+2}(z),\ldots,g_{k+r}(z))$.

Тогда на основании выражения (17) имеем

$$l_{инт}(z)=\left\lfloor A^*(z)/P_{раб}(z)\right\rfloor=\left\lfloor A(z)+DA_i(z)/P_{раб}(z)\right\rfloor=\left\lfloor g(z)/P_{раб}(z)\right\rfloor. \tag{7}$$

Согласно КТО и с учетом $a_i(z)=0, i=1,2,\ldots,k$, имеем

$$g(z)=(\sum_{j=k+1}^{k+r} g_j(z)B_j(z)) \bmod P_{полн}(z). \tag{8}$$

Подставляем (8) в равенство (7) получаем

$$l_{инт}(z)=\left[\sum_{j=k+1}^{k+r} g_j(z)B_j(z) \Big/ P_{раб}(z)\right]. \qquad (9)$$

Учитывая подобие ортогональных базисов и делимость без остатка ортогональных базисов контрольных оснований на рабочий диапазон, имеем

$$l_{инт}(z)=\left|\sum_{j=k+1}^{k+r} R_j(z) g_j(z))\right|^{+}_{P_{кат}(z)}, \qquad (10)$$

где $R_j(z)=\lfloor B_j(z)/\ P_{раб}(z)\rfloor$.Доказательство закончено.

В работе [3] представлена организация сети нейронной логики, реализующей вычисление номера согласно (10) расширенном поле Галуа $GF(2^4)$. С целью сокращения схемных затрат целесообразно перейти к многомерной обработке данных. Тогда

$$\begin{cases} l_{инт}^{k+1}(z)=\left|\left|\sum_{j=k+1}^{k+r}\left|R_j(z) g_j(z)\right|^{+}_{Pk+1(z)}\right|^{+}_{Pk+1(z)}\right|^{+}_{PK+1(z)} \\ l_{инт}^{k+2}(z)=\left|\left|\sum_{j=k+1}^{k+r}\left|R_j(z) g_j(z)\right|^{+}_{Pk+2(z)}\right|^{+}_{Pk+2(z)}\right|^{+}_{Pk+2(z)} \\ \vdots \\ l_{инт}^{k+r}(z)=\left|\left|\sum_{j=k+1}^{k+r}\left|R_j(z) g_j(z)\right|^{+}_{Pk+r(z)}\right|^{+}_{Pk+r(z)}\right|^{+}_{Pk+r(z)} \end{cases} \qquad (11)$$

Таким образом, применение выражения (11) позволяет осуществить процедуру поиска и коррекции ошибок с использованием нормированного полинома.

Выводы: Из полученных данных наглядно видно, что вычислительное устройство, реализующее алгоритм (11), обеспечивает наибольшую эффективность при контроле и исправлении ошибок, возникающих в процессе функционирования спецпроцессора.

Литература

1. Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В. Математическая модель нейронных сетей для исследования ортогональных

преобразований в расширенных полях Галуа/Нейрокомпьютеры: разработка, применение. №6, 2003. с.61-68.

2. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказо-устойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов/ Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. -276 с.

3. Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В. Математическая модель нейронной сети для коррекции ошибок в непозиционном коде расширенного поля Галуа/ Нейрокомпьютеры: разработка, применение. №8-9, 2003. С. 10-16.