АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ И КОРРЕКЦИИ ОШИБКИ В МОДУЛЯРНОМ КОДЕ НА ОСНОВЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕРВАЛЬНОГО НОМЕРА ПОЛИНОМА

Калмыков И.А., Лисицын А.В., Гахов В.Р.

Северо-Кавказский Государственный Технический Университет,

г. Ставрополь,Россия, foxne@mail.ru.

Основным этапом большинства алгоритмов обнаружения и коррекции ошибок в модулярных кодах является процедура вычисления позиционной характеристики. Реализация подхода предполагает использование некоторого функционального отношения, однозначно отражающего множество значений модульных характеристик во множество рассматриваемых ошибок E.

Широкое распространение в модулярных кодовых конструкциях получили такие позиционные характеристики как ранг, след, ядро числа, нормированное ядро числа и квазиранг числа [1]. Следует отметить, что большинство способов определения позиционных характеристик кодов класса вычетов обладают довольно высоким уровнем параллелизма и могут быть эффективно реализованы на нейросетевом базисе [2].

Особое место среди позиционных характеристик модулярных кодов полиномиальной системы класса вычетов (ПСКВ) занимает интервальный номер полинома $L_{инт}(z)$ [2,3]. Процесс определения интервала полинома $A(z)$ сводится к выполнению операции

$$L_{инт}(z) = \frac{A(z)}{P_{раб}(z)} \quad . \tag{1}$$

где $P_{раб}(z) = \prod_{i=1}^{k} p_i(z)$ - рабочий диапазон, $p_i(z), \quad i = 1, 2, ...$; - основание ПСКВ.

Исправление ошибки в модулярном коде на основе позиционной характеристики интервал происходит согласно следующему алгоритму.

Выразим полином $A(z)$ через его остатки $(\alpha_1(z), \quad \alpha_2(z), \quad ..., \quad \alpha_{k+r}(z))$ в виде

$$\begin{aligned} A(z) &= a_1(z)B_1(z) + a_2(z)B_2(z) + ... + a_{k+r}(z)B_{k+r}(z) = \\ &= \sum_{i=1}^{k+r} a_i(z)B_i(z) + r(z)P_{полн}(z) \end{aligned} \tag{2}$$

где $r(z)$- ранг полинома $A(z)$.

Подставив в равенство (1) последнее выражение, и упрощая, получаем

$$L_{инт}(z) = \left[\frac{\sum_{i=1}^{k+r} a_i(z)B_i(z) + r(z)P_{полн}(z)}{P_{раб}(z)} \right] = \left| \sum_{i=1}^{k+r} a_i(z)G_i(z) + r^*(z) \right|_{R(z)}^{+}, \tag{3}$$

где $G_i(z) = \left[\frac{B_i(z)}{P_{раб}(z)} \right]$; $r^*(z)$ - ранг безизбыточной системы ПСКВ, определяемой основаниями $p_j(z), \quad j = 1, 2, \ldots, k$; $R(z) = \prod_{i=k+1}^{k+r} p_i(z)$.

Таким образом, определение интервального номера $L_{инт}(z)$ полинома $A(z)$ сводится к выполнению модульных операций в ПСКВ поля $GF(p^v)$.

Если $L_{инт} = 0$, то исходное $A(z)$ лежит внутри рабочего диапазона $P_{раб}$ и не является запрещенным. В противном случае $A(z)$ - ошибочная комбинация, а $L_{инт}$ указывает местоположение и глубину ошибки Δa_i по i-му основанию.

Основным недостатком предложенного метода является необходимость реализации немодульной процедуры – вычисления ранга числа $A(z)$, что, в конечном счете, снижает скорость работы устройства и его надежность [4]. Для решения данной проблемы целесообразно воспользоваться нормированным следом S_{k+l}, $l = 1,2,...,r$. Исходя из условия подобия ортогональных базисов рабочих оснований в избыточной B_i и безызбыточной B_i^* системах $B_i \equiv B_i^* \bmod P_{раб}$, $i = 1,2,...,k$ и делимости без остатка ортогональных базисов контрольных оснований на $P_{раб}$, т.е. $B_{k+l} \equiv 0 \bmod P_{раб}$, $l = 1,2,..,r$ выражение (1) принимает вид

$$L_{инт} = \left| \sum_{j=k+1}^{k+r} R_j \cdot S_j \right| \mathrm{mod}\, P_{конт}, \tag{4}$$

где $R_j = B_j \,|\, P_{раб}$; $P_{конт} = \prod_{j=k+1}^{k+r} p_j$; S_j - нормированный след по j-ому основанию.

Обобщая свойства системы остаточных классов на ПСКВ, получаем выражение для вычисления интервального полинома

$$L_{инт}(z) = \left| \sum_{j=k+1}^{k+r} R_j(z) \cdot S_j(z) \right| \mathrm{mod}\, P_{конт}(z), \tag{5}$$

Значение полинома $L_{инт}(z)$ позволяет однозначно определять местоположение полинома $A(z) = (a_1(z),\quad a_2(z),\quad ..., a_{k+r}(z))$ относительно $P_{раб}(z)$. Если $L_{инт}(z) \equiv 0 \bmod P_{конт}(z)$, то полином $A(z)$ лежит внутри рабочего диапазона и не содержит ошибки. В противном случае – полином $A(z)$ является ошибочным. Так, для полинома $A^*(z) = (1,\quad z,\quad z^3 + z^2 + 1,\quad 1,\quad z^2 + z)$ значение интервального полинома согласно (3) составит

$$L_{инт}(z) = \left[\frac{z^{14} + z^{13} + z^{12} + z^{11} + z^{10} + z^9 + z^8 + z^7 + z^6 + z^3 + z^2}{z^7 + z^6 + z^5 + z^2 + z + 1}\right] = z^7 + z^4 + z^2 + z\,,$$

$L_{инт}(z) \neq 0$ свидетельствует о наличии ошибки в исходной комбинации $A(z)$.

Используем выражение (5) для определения интервального полинома:

$R_4(z) = z^7 + z^4 + z^3;\quad S_4(z) = z^3 + z + 1;$

$R_5(z) = z^5 + z^4 + z\,;\quad S_5(z) = z\,;$

$P_{конт}(z) = z^8 + z^7 + z^5 + z^4 + z^3 + z + 1\,.$

Тогда

$$L_{инт}(z) = \left|(z^3 + z + 1)\cdot(z^7 + z^4 + z^3) + z\cdot(z^5 + z^4 + z)\right| \bmod (z^8 + z^7 + z^5 + z^4 + z^3 + z + 1) =$$

$$= z^7 + z^4 + z^2 + z$$

Таким образом, применение выражения (5) позволяет осуществить вычисление интервального полинома $L_{инт}(z)$ на основе только модульных процедур, используя значения нормированного следа $S_{k+l}(z)$, $l = 1,2,...,r$.

В работе [4] представлена структура устройства вычисления интервального полинома, реализованного в нейросетевом логическом базисе, для поля GF(2^4). Применение разработанного алгоритма позволяет исправить 100% однократных ошибок и свыше 95% двукратных ошибок. Полученные результаты имеют важное практическое значение, так как позволяют строить отказоустойчивые параллельные вычислительные системы.

Литература

1. *Акушский И.Я., Юдицкий Д.И.* Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. радио, 1968.- 440 с.
2. *Калмыков И.А.* Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов/ Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 276 с.
3. *Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В.* Математическая модель нейронной сети для коррекции ошибок в непозиционном коде расширенного поля Галуа/ Нейрокомпьютеры: разработка, применение. №8-9, 2003. С. 10-16.
4. *Калмыков И.А., Емельяненко С.В., Лисицын А.В.* Устройство для вычисления сумм парных произведений в полиномиальной системе классов вычетов. Решение о выдаче патента (№ 2004101990/09(001852). Приоритет от 22.01.2004.