Стохастическое моделирование движения осветленной фазы суспензии

Лебедев А.Е.

Ярославский государственный технический университет

xe666@mail.ru

Одной из актуальных проблем при проектировании оборудования в химической является разделение жидкости со значительным содержанием абразивных твердых частиц.

Рассматривается задача об ударном взаимодействии потока суспензии с наклонной неподвижной поверхностью. Расчетная схема представлена на рис.1

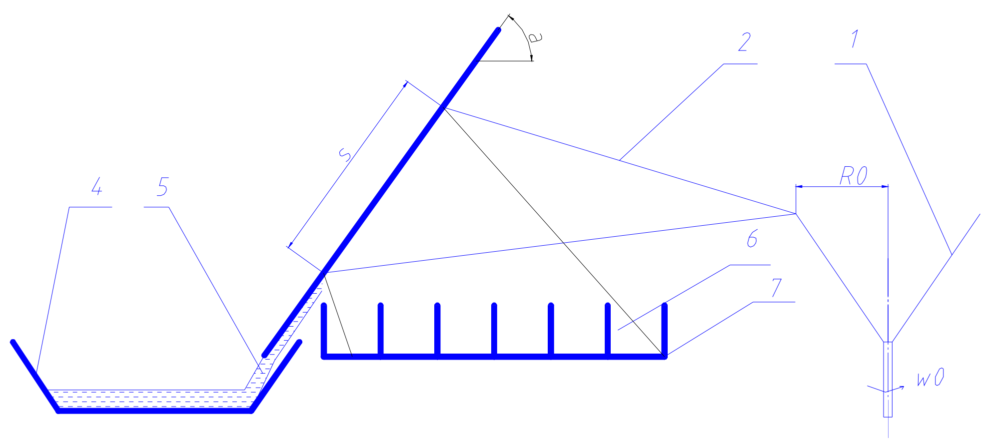

Рис.1. Расчетная схема.

Конический распылитель 1 подает поток 2 на наклонный отбойник 3, После удара суспензии происходит ее разделение. Осветленная фаза 5, состоящая из жидкой фазы с увлекаемыми ею твердыми частицами, которые не смогли преодолеть поверхностного натяжения жидкого слоя и вырваться из ее потока. Сгущенная фаза 6, состоящая из отраженного потока наиболее крупных твердых частиц и капель жидкой фазы.

Наличие случайных факторов в процессе описанного ударного взаимодействия требуют вероятностного подхода к решению задачи.

Фазовое пространство для системы частиц потока суспензии определяется совокупностью одной компоненты скорости центра масс частицы и ее диаметра[1]. Распределение числа частиц осветленной фракции dN в элементе фазового объема экспоненциально зависит от стохастической энергии частицы E [2].

$$dN = Ae^{-\frac{E}{E_0}} d\tilde{A} \quad (1)$$

$$E = \frac{mV^2}{2} + psD^2 + b\frac{V^2}{D}, \quad (2)$$

$$a = \frac{p}{12} r_{ò}, b = \frac{12 R m_{æ} l}{r_{ò} w_0 R_0} K, g = ps \qquad (3),$$

где $\rho_{ò}$ — плотность твердых частиц, $\mu_{æ}$ — вязкость жидкости, ω_0 — угловая скорость распылителя, R — расстояние от оси вращения до отбойника, k — коэффициент пропорциональности.

Параметр A в выражении (1) определяется из условия нормировки

$$dN = \int_{\Gamma} dN \quad (4)$$

тогда при $d\tilde{A}' = dV$

$$\int_{\Gamma'} dN = A\int_0^{\infty} \exp(-E/E_0)dv = \frac{1}{2}A\sqrt{\frac{p\,E_0}{a}}\sqrt{\frac{D}{D^4 + b/a}}\exp\left(-\frac{g}{E_0}D^2\right) \quad (5)$$

Вид дифференциальной функции распределения твердых частиц осветленной фракции по диаметрам следует из выражения(1)

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{dD} = \frac{1}{N}\int_{\Gamma'} dN \quad (6)$$

с учетом (6)

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{dD} = \frac{1}{2}\frac{A}{N}\sqrt{\frac{p\,E_0}{a}}\sqrt{\frac{D}{D^4 + b/a}}\exp\left(-\frac{g}{E_0}D^2\right) \quad (7)$$

отношения N/A определяются с помощью выражений (1),(3),(5)

$$\frac{N}{A} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{p\ E_0}{a}}\int_0^{\infty}\sqrt{\frac{D}{D^4 + b/a}}\exp\left(-\frac{g}{E_0}D^2\right)dD \quad (8)$$

Число твердых частиц N находим из экспериментальных данных [4]

$$N = \sum_{i=1}^{n} N_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{V_i}{\overline{V}_i} = \frac{6\, r_p}{p}\sum_{i=1}^{n}\frac{M_i}{\left(\overline{D}_i\right)^3} \quad (9)$$

где

$$\overline{D}_i = \left(D_i^{\max} - D_i^{\min}\right)/2 \quad (10)$$

n ─ число фракций, N_i и V_i ─ число твердых частиц и их объем в i-й фракции, $\overline{V_i}$ ─ объем частицы со средним диаметром $\overline{D_i}$ в i-й фракции, M_i ─ экспериментальная масса частиц в i-й фракции.

Параметр E_0, определяется из уравнения энергетического баланса.

$$E_0 = E_1 - E_2 \quad (11)$$

где E_0 ─ энергия налетающих твердых частиц, E_1 и E_2 ─ энергии твердых частиц осветленной и сгущенной фазы.

$$E_0 = m_0 u_0^2/2 \quad (12)$$

$$E_2 = \sum_{j=1}^{n}\frac{m_{2j}u_{2j}^2}{2} \quad (13)$$

$$E_1 = \int_I \left\{\left(\frac{D^4 + b/a}{D}\right)\left(v + u_1\right)^2 + g\ D^2\right\}dN + m_{1æ}u_1^2/2 \quad (14)$$

где $u_1 = u_0\cos(a)$, $u_0 = w_0 R$ u_0─ скорость частиц налетающего факела суспензии, u_1─ скорость осветленной фазы, u_{2i}─ скорость частиц отраженного потока i-й фракции, попадающих в j ячейку ловушки, m_0 и m_2 ─ массы потоков налетающей и сгущенной суспензии, $m_{æ1}$ ─ масса жидкости осветленной фазы, n ─ число ячеек ловушки.

Скорость частиц i-й фракции сгущенной фазы u_{i2} может быть определена по экспериментальному значению коэффициента восстановления Ki при ударе [4].

Вид функции распределения твердых частиц в осветленной фазе позволяет определить критическое значение диаметра частиц D_{kp}, соответствующее максимальному значению для функции распределения(8) и минимальному значению для функции распределения частиц в сгущенной фазе.

$$D_{cr} = \sqrt{P_1 + P_2 - E_0/(4g)}, \quad (16)$$

$$P_1 = \sqrt[3]{\sqrt{Q} - q/2}, P_2 = \sqrt[3]{-\sqrt{Q} - q/2},$$

$$Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2, p = \frac{b}{a} - \frac{1}{3}\left(\frac{3E_0}{4g}\right)^2, q = \frac{E_0}{2g}\left[\frac{1}{4}\frac{E_0^2}{4n^2} - \frac{b}{a}\right].$$

Коэффициент К определяется из условия равенства экспериментального значения $f_0(D)$ дифференциального распределения частиц в потоке суспензии до удара при $D = D_{kp}$

$$f_0(D_{kp}) = A_1\sqrt{\frac{D_{kp}}{D_{kp}^4 + \frac{b}{a}}}\exp(-\frac{g}{E_0}D_{kp}^2) \quad (17)$$

где $$f_0(D_{kp}) = \frac{1}{\sum_1^n N_0^i}(\frac{N_0^{k+1} - N_0^k}{\overline{D}_{k+1} - D_{kp}})$$

$$N_0^i = \frac{6r_ò M_0^i}{pD_{kp}^3},\ N_0^k = \frac{6r_ò M_0^k}{p\overline{D}_k^3} \qquad (18)$$

$$A_1 = \frac{1}{\int_0^\infty \sqrt{\frac{D}{D^4 + b/a}}\exp\left(-\frac{g}{E_0}D^2\right)dD} \quad (19)$$

где N_0^i и M_0^i — числа частиц суспензии и их экспериментальная масса, N_0^k и M_0^k — число частиц суспензии и их экспериментальная масса к-й фракции, соответствующей критическому значению диаметра D_{kp}.

Предложенная модель осветленной фазы суспензии получила экспериментальное подтверждение, и может быть использована для описания движения частиц сгущенной фазы после ударного взаимодействия суспензии.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие в 10 т. Т.VI. Гидродинамика. – М.: Наука. 1988.

2. Зайцев А.И., Бытев Д.О. Ударные процессы в дисперсно-пленочных системах. – М.: Химия, 1994. 176с.

3. Дьяконов В. Maple 6: учебный курс. СПб.: Питер, 2001.

4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие в 10 т. Т.I. Механика. – М.: Наука. 1988.