ФОРМИРОВАНИЕ ИОННОГО ПОТОКА НА ПЫЛЕВУЮ ЧАСТИЦУ В ПЛАЗМЕ

Сысун В.И., Хахаев А.Д., Олещук О.В., Шелестов А.С.

Петрозаводский государственный университет

Пылевая плазма представляет собой ионизированный газ, содержащий макроскопические частицы, являющиеся центрами ионизации и рекомбинации. Широкий интерес к данному состоянию вещества обусловлен его распространенностью (99% Вселенной находятся в состоянии плазмы), а также способностью образовывать кристаллические структуры. Последние исследования в данной области показали, что подобные структуры обладают свойствами, схожими со свойствами твердых тел. Это дает возможность предположить, что изучение данных кристаллических структур позволит манипулировать ими как цельными объектами. Подобные действия необходимы при очистке реактора для осуществления процесса термоядерного синтеза. Кроме того, существует возможность напыления подобных структур на кремниевые подложки для производства полупроводниковых схем нового поколения. Исходя из всего этого, исследования образования кристаллических структур пылевой плазмы принадлежат фундаментальной области науки и представляют широкий практический интерес.

Наиболее распространёнными моделями описания заряда и потенциала пылевой частицы в плазме является модель ограниченных орбит (ОО), модель радиального дрейфа (РД) и гидродинамическая модель диффузионного ограничения (ДО) [1].

Модель ОО, перенесённая из теории зондов, предполагает бесстолкновительное движение ионов в поле частицы из бесконечности с сохранением полной энергии и момента количества движения, при отсутствии потенциальных барьеров на всём пути:

$$\frac{mV^2}{2} + ej = const, \mathbf{L}\, rmV \sin q = const .$$

Плотности электронного и ионного токов, согласно модели ограниченных орбит, равны:

$$j_e = \frac{en_{e\infty}}{4}\sqrt{\frac{8kT_e}{pm}}\exp(-\frac{e|j_a|}{kT_e}), \qquad (1)$$

$$j_i = \frac{en_{i\infty}}{4}\sqrt{\frac{8kT_i}{pM}}(1+\frac{e|j_a|}{kT_i}) . \qquad (2)$$

Здесь $n_{e\infty}$, $n_{i\infty}$, T_e, T_i, m, M – концентрации, температуры и массы электронов и ионов на бесконечности, φ_a – потенциал частицы, θ – угол между радиус-вектором и направлением скорости. Равенство этих токов в стационарном случае определяет заряд и потенциал частицы.

В последнее время к применимости модели ОО высказан ряд сомнений. В [2] показано, что потенциальные барьеры при максвелловском распределении на бесконечности возникают

всегда, даже при малых радиусах частицы. В [3-4] указывается, что даже редкие ион-атомные столкновения существенно влияют на ионный ток, разрушая орбитальное движение ионов. Ещё большее влияние при низких давлениях должна оказывать ионизация в объёме, так как ионный ток на частицу должен полностью компенсироваться ионизацией в объёме ячейки межчастичной области. Следовательно, фактическая длина пробега ионов составляет меньше половины межчастичного расстояния. Разрушение орбитального движения ионов, особенно при низкой ионной температуре, является предпосылкой применимости модели радиального дрейфа [5]. В этой модели ионный ток на частицу формируется на бесконечности и постоянен до самой частицы. Ионы двигаются чисто радиально со скоростями, определяемыми локальным потенциалом и законом сохранения энергии ($MV^2_r=2e\varphi(r)$). Следовательно, уравнение Пуассона будет иметь вид:

$$e_0\nabla^2 j = en_e \exp(\frac{ej}{kT}) - \frac{j_i}{V_r} \quad . \qquad (3)$$

Отметим, что для скорости ионов радиальная модель является частным случаем гидродинамического приближения, справедливого при большой частоте столкновений ион-нейтрал $\nu_{im.}$

$$MV\frac{\partial V}{\partial r} = -e\frac{\partial j}{\partial r} - MVn_{im}\,, \qquad (4)$$

Более того, в гидродинамическом приближении введение в уравнение непрерывности ионизационного члена позволяет рассматривать процесс формирования ионного потока $\nabla(n_i v_i)=n_e z$, где z – количество ионизаций на один электрон в единицу времени. При высоких давлениях необходимо вводить и рекомбинационный член [6]. При низких давлениях роль частоты столкновений в уравнении движения (4) выполняет частота ионизации, аналогичным образом тормозящая поток ионов, так как образовавшийся в результате ионизации, ион не имеет начальной скорости.

В настоящей работе рассмотрено формирование ионного потока на частицу за счёт ионизации в межчастичной области в плазме низкого давления как в режиме свободного пролёта ионов, так и в гидродинамическом приближении.

Будем рассматривать пылевую частицу радиусом «a», окружённую сферической ячейкой Зейтца-Вигнера с радиусом r_d, определяемым концентрацией частиц $r_d=(4/3\pi n_d)^{-1/3}$. Внешний поток заряженных частиц на ячейку отсутствует виду полного окружения частицы другими частицами. Внутри ячейки формируется ионный поток за счёт ионизации газа электронами:

$$I_i(r) = e\int_r^{r_d} 4p\, r'^2\, n_e(r')\, z dr' \qquad (5).$$

Это уравнение непрерывности в дифференциальной форме имеет вид:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 nV) = n_e z\,.$$

Концентрацию ионов можно получить, как и в работе Тонкса-Ленгмюра [7], учитывая индивидуальную скорость образовавшихся ионов

$$n_i(r) = \frac{1}{r^2}\int_{r''}^{r_d} \frac{r'^2 n_e r'\ z dr'}{\sqrt{\frac{2e\,|\,j(r) - j(r')\,|}{M}}}\ . \qquad (6).$$

Концентрацию электронов будем предполагать распределённой по Больцману:

$$n_e(r) = n_{ed}\exp\left(\frac{e\,j(r)}{kT_e}\right), \qquad (7).$$

где n_{ed} – концентрация электронов на границе ячейки.

Тогда уравнение Пуассона запишется в виде

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial j}{\partial r}) = \frac{en_{ed}}{e_0}\left(\exp\left(\frac{e\,j}{kT_e}\right) - \frac{z}{r^2}\int_{r}^{r_d}\frac{\exp\left(\frac{e\,j'}{kT_e}\right)r'^2 dr'}{\sqrt{\frac{2e}{M}\left|j - j'\right|}}\right) \qquad (8).$$

На границе ячейки ввиду подобности соседних ячеек положим нулевое значение потенциала и его градиента. Потенциал на поверхности частицы определяется в процессе решения подбором частоты ионизации z' с тем, чтобы ионный ток на частицу по (5) сравнивался с электронным, определяемым согласно (1).

Аналогичное уравнение «плазма-слой» выведено Ленгмюром [7] для положительного столба газового разряда. Однако граничные условия у Ленгмюра были обратные: нулевое значение потенциала и его градиента в центре плазмы и автоматически устанавливающийся потенциал внешней стенки. Численное решение уравнения затруднено из-за неопределенности правой части при близком к нулю значении знаменателя. Часто всю область возмущения разбивают на две подобласти: подобласть квазинейтральной плазмы с нулевой левой частью уравнения и подобласть слоя, где пренебрегается концентрацией электронов и поток ионов считается постоянным. В нашем случае, когда размер слоя сравним с размерами всей ячейки, такое приближение неприменимо. Введём безразмерные величины

$$x = \frac{r}{l_d} = \frac{r}{\sqrt{e_0 kT_e / n_{ed}e^2}}, \quad U = \frac{e\,j}{kT_e}, \quad n'_{e,i} = \frac{n_{e,i}}{n_{ed}},$$

$$V^l = \frac{V}{\sqrt{\frac{kT_e}{M}}}, \quad A = \frac{z\,l_d}{\sqrt{kT_e / M}} = \frac{z}{w_i},$$

где ω_i – ионная плазменная частота. Тогда уравнение (8) будет иметь вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{2}{x}\frac{\partial U}{\partial x}=n_e'-n_i', \qquad (8')$$

где выражения для концентрации электронов и ионов будут следующими:

$$n_e'=\exp(U), \qquad n_i'=\frac{A}{x^2}\int_x^{x_d}\frac{x'^2\exp(U)dx'}{\sqrt{2|U(x)-U(x')|}}. \qquad (9)$$

Численное решение начнём от границы ячейки, где для начального тонкого слоя $\Delta x \ll x_d$, считая задачу плоской, можно получить аналитическое решение. Положим $n'_e=1$, а $n'_i=const\geq 1$. Тогда уравнение (8′) интегрируется просто

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}=1-n_i', \quad \frac{\partial U}{\partial x}=\left(1-n_i'\right)x, \quad U(x)=\left(1-n_i'\right)\frac{x^2}{2}. \qquad (10)$$

Здесь x отсчитываем от границы ячейки. Подставив полученное решение в выражение для концентрации ионов получим:

$$n_i'(x)=A\int_0^x\frac{dx'}{\sqrt{(1-n_i)(x'^2-x^2)}}, \quad \text{или}$$

$$n_i'(n_i'-1)^{\frac{1}{2}}=A\int_0^1\frac{d(x'/x)}{\sqrt{1-(x'/x)^2}}=\frac{Ap}{2}=B^{1/2}.$$

Корень кубического уравнения $n'^2_i(n'_i-1)=B$ определяется выражением

$$n_i'=\frac{1}{3}+\sqrt[3]{\frac{1}{27}+\frac{B}{2}+\sqrt{\frac{B}{27}+\frac{B^2}{4}}}+\sqrt[3]{\frac{1}{27}+\frac{B}{2}-\sqrt{\frac{B}{27}+\frac{B^2}{4}}} \qquad (11).$$

Таким образом, задавая параметр A, можно рассчитать начальную концентрацию ионов и начальный ход потенциала.

Для большей устойчивости численного решения использовались параболическая интерполяция потенциала по трём точкам:

$$U(x)=\frac{(h-x)(2h-x)}{2h^2}U_0+\frac{x(2h-x)}{h^2}U_1-\frac{x(h-x)}{2h^2}U_2,$$

где h – шаг дискретизации, x – отсчитывается от точки x_0 ,а также приближённое аналитическое решение для концентрации на каждом шаге:

$$n_i(x_k)=\frac{A}{x_k^2}\sum_{j=k}^{j=N-1}\left(\frac{x_j+x_{j+1}}{2}\right)^2\exp\left(\frac{U_j+U_{j+1}}{2}\right)\int_0^h\frac{dx}{\sqrt{a\frac{x^2}{h^2}+b\frac{x}{h}+c}}, \qquad (12),$$

где $a=U_j-2U_{j+1}+U_{j+2}$, $b=-3U_j+4U_{j+1}-U_{j+2}$, $c=2U_j-2U_k$, причём

$$\int\frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}=\frac{-1}{\sqrt{-a}}\arcsin\frac{(2ax+b)}{(b^2-4ac)^{1/2}}.$$

Такое приближение хорошо согласуется с аналитическим решением внешнего слоя (10).

Параметр А, пропорциональный частоте ионизации, определяется радиусом частицы так, чтобы формируемый ионный ток (5) сравнялся с электронным током

$$I_e = 4pa^2 \frac{n_{ed}}{4} \sqrt{\frac{8kT_e}{pm}} \exp(\frac{ej_a}{kT_e}) .$$

В безразмерном виде это условие запишется:

$$A \int_0^{x_d} x^2 \exp(U) dx = x_a^2 \sqrt{\frac{M}{2pm}} \exp(U_a) . \qquad (13).$$

Для устранения подбора задавались значения x_d и А. Радиус частицы x_a определялся в процессе счёта при выполнении условия (13).

Результаты численных расчётов приведены на рисунке 1 и в таблице 1.

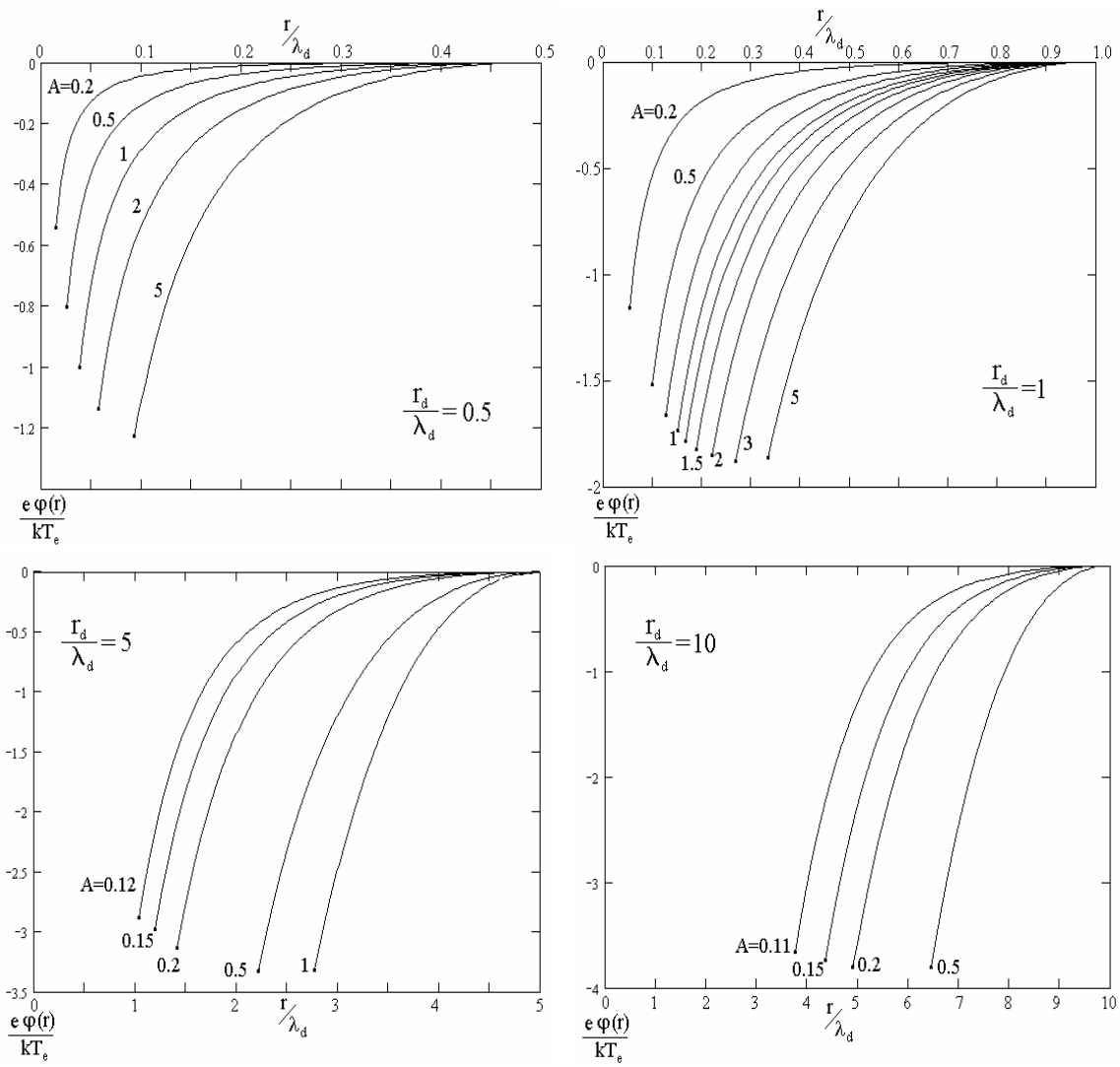

Рис.1

Окончания кривых на графиках определяют радиус и потенциал пылевой частицы.

Ход потенциала вблизи границы ячейки во всех случаях определяется зависимостью

$$(\frac{r_d}{r}-1)^2 .$$

Вблизи частицы он близок к экспоненте. Заряд частицы, определённый по градиенту потенциала на её поверхности, соответствует разности полных зарядов ионов и электронов в ячейке. Это подтверждает правильность решения уравнения Пуассона. В то же время сам потенциал частицы менее отрицателен, чем потенциал изолированной частицы с тем же зарядом, но без плазмы, за счёт большего вклада ионной компоненты плазмы. Из-за неравномерности и неодинаковости распределения электронов и ионов по ячейке разность концентраций электронов и ионов на границе ячейки не равна концентрации частиц умноженной на их заряд.

В таблице 2 приведены результаты численного расчёта распределения потенциала и заряда в ячейке Зейтца-Вигнера в гидродинамическом приближении с учётом ионизации в объёме. В этом приближении индивидуальные скорости ионов заменяются усреднёнными по ансамблю. Уравнение движения ионов запишется

$$MV_i \frac{\partial V_i}{\partial r} = -e\frac{\partial j}{\partial r} - kT_i \frac{\partial n_i}{n_i \partial r} - MV_i (z\frac{n_e}{n_i} + n_{im}) \approx -e\frac{\partial j}{\partial r} - MV_i z\frac{n_e}{n_i} \qquad (14).$$

Пренебрегая градиентом давления и столкновениями ионов с атомами и интегрируя, получим

$$M\frac{V_i^2}{2} = ej - \int_r^{r_d} MV_i z\frac{n_e}{n_i} dr .$$

В безразмерных переменных будем иметь

$$n_i' = \frac{j_i'}{V^l{}_i} = \frac{A}{x^2} \frac{\int_x^{x_d} e^{U(x')} x'^2 dx'}{\sqrt{2}\sqrt{-U' - A\int_x^{x_d} \frac{V^l{}_i}{n_i'} e^{U(x')} dx'}} \qquad (15).$$

Несмотря на то, что n_i в (15) определяется через неизвестное n_i в правой части, задача решается с помощью итераций. Аналитическое решение вблизи границы ячейки изменяется незначительно. Полагая n'_e=1, а n'_i=const≥1 в плоском приближении получаем

$$U_x = \left(1 - n_i'\right)\frac{x^2}{2}, \qquad V_i = \sqrt{\frac{n_i' - 1}{2}}x .$$

Для концентрации n_i получаем уравнение

$$n_i'^2 (n_i' - 1) = 2A^2 = B .$$

Таблица 1

A	$a\cdot10^3/\lambda_d$	U_a	n'_{id}	Qi	Qe
x_d/λ_d=0.5					
0.2	14	-0.59	1.084	0.129	0.156
0.5	25	-0.84	1.342	0.129	0.201
1	38	-1.03	1.779	0.126	0.267
2	57	-1.16	2.535	0.126	0.381
5	93	-1.25	4.314	0.120	0.633
x_d/λ_d=1					
0.2	52	-1.19	1.084	0.99	1.2
0.5	98	-1.54	1.342	0.96	1.53
1	151	-1.74	1.779	0.93	2.01
2	220	-1.86	2.535	0.87	2.79
5	333	-1.87	4.314	0.81	4.41
x_d/λ_d=5					
A	$a\cdot10^2/\lambda_d$	U_a	n_{i0}	Qi	Qe
0.12	103	-2.93	1.0333	110.4	127.8
0.15	119	-3.04	1.0503	106.8	128.4
0.2	141	-3.19	1.084	101.1	129.6
0.5	221	-3.36	1.342	80.1	140.4
1	277	-3.35	1.779	65.1	159.3
x_d/λ_d=10					
0.11	357	-3.69	1.0282	759	885
0.15	435	-3.77	1.0503	687	852
0.2	490	-3.82	1.084	621	822
0.5	644	-3.83	1.342	429	783

Таблица 2

A	A	$a\cdot10^3/\lambda_d$	U_a	n'_{id}	Qi
x_d/λ_d=0.5					
0.15	11	-0.55	1.041	0.126	0.144
0.5	24	-0.85	1.297	0.123	0.192
1	38	-0.99	1.696	0.123	0.255
2	56	-1.14	2.360	0.120	0.360
5	92	-1.21	4.05	0.117	0.600
x_d/λ_d=1					
0.2	52	-1.17	1.07	0.99	1.2
0.5	97	-1.5	1.297	0.96	1.53
1	149	-1.7	1.696	0.93	1.98
2	217	-1.82	2.36	0.9	2.73
5	330	-1.82	4.05	0.81	4.29
x_d/λ_d=5					
A	$a\cdot10^2/\lambda_d$	U_a	n_{i0}	Qi	Qe
0.15	118	-3	1.041	109.2	130.5
0.5	219	-3.28	1.297	83.1	142.8
1	275	-3.27	1.696	68.1	161.4
2	324	-3.1	2.36	55.5	190.5
10	407	-2.43	6.2	33.9	298.2
x_d/λ_d=10					
0.15	432	-3.7	1.041	708	870
1	729	-3.6	1.696	342	840
5	864	-2.9	4.05	189	1134

Здесь $B^{1/2} = \sqrt{2}A$ вместо имевшегося ранее соотношения для свободнопролётного случая $B^{1/2} = A\pi/2$, что слабо влияет на значение концентрации ионов. Сравнение таблиц 2 и 1 указывает на весьма близкие значения полученных данных. Это позволяет использовать гидродинамическое приближение не только при высоких давлениях, но и при промежуточных и даже низких давлениях.

Исследования, описанные в данной работе, были проведены в рамках проекта PZ-013-02, поддерживаемого совместно Американским фондом гражданских исследований и развития (АФГИР), Министерством образования РФ и правительством Республики Карелия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Цытович В.Н., Морфилл Г.Е., Томас В.Х. Физика плазмы. 2002. т.28. №8. с.675-707.

2. Allen J.E., Annaratone B.M., U. de Angeles J. Plasma Phisics. V.63. 2000. p.299.

3. Швейгерт В.А., Швейгерт И.В., Богданов В.М. и др. ЖЭТФ. Т.115. 1999. с.877.

4. Зобнин А.В., Нефёдов А.П., Синельников В.А., Фортов В.Е.ЖЭТФ. т.118. вып.3(9) 2000 с. 554-559.

5. Nairn C.M.C., Annaratone B.M., Allen J.E. Plasma Sources Sci. Technol. V.7. 1998. p.478.

6. Паль А.Ф., Старостин А.Н., Филиппов А.В. Физика плазмы. Т.27. 2001. №2. с.155-164. т.28. 2002. №1. с.32-44.

7. Tonks L., Langmnuir I. Phisycal Review. 1929. v.34. p.876-922.