

Математические модели движения тела переменной массы на основе уравнения Эйлера-Лагранжа для пограничного слоя

Святсков В.А.

Чебоксарский институт Московского государственного открытого университета
(ЧИ МГОУ)

1. Рассмотрим следующую начальную задачу для основного уравнения динамики тела переменной массы [1]:

$$\frac{d}{dt}[M(t, x, \mathbf{x})(\mathbf{x} - q)] = F(t, x, \mathbf{x}); \quad (1)$$

$$x(0) = 0, \mathbf{x}(0) = 0; \quad (2)$$

$$x \in C^2((0,1], \mathbf{R}). \quad (3)$$

В задаче (1)-(3) приняты следующие обозначения и наложены ограничения: тело переменной массы M движется прямолинейно, $q = \text{const}$ – скорость налипающих частиц, F – сила, действующая на тело, при $t=0$ функция $M=0$. Выражения для M и F в модели, предложенной автором [2], описываются на основе лагранжиана для пограничного слоя и имеют достаточно общий вид.

Задача (1)-(3) при принятых ограничениях имеет особую точку. Стандартные численные методы при исследовании подобного рода задач неприменимы, решение в конечном виде получить для реальной задачи практически невозможно. Автором предложен следующий выход из создавшейся ситуации: решение поставленной задачи искать в виде обобщенного степенного ряда

$$x = t^{p/q} \sum_{k=0}^{\infty} b_k t^{k/q}; \quad b_k = f(b_0, b_1, \dots, b_{k-1}). \quad (4)$$

2. Кроме модели пункта 1 исследована модель, основанная на уравнении Леви-Чивиты, взятом в следующей форме:

$$\frac{d}{dt}[M(t, x, \mathbf{x})\mathbf{x}] = F(t, x, \mathbf{x}). \quad (5)$$

Для этого уравнения ставится задача (2)-(3) при аналогичных ограничениях в задаче (1)-(3). Решение задачи для уравнения (5) получено в виде (4).

Литература

1. Новоселов В.С. Аналитическая механика систем с переменными массами. – Л.: ЛГУ, 1969. – 240 с.
2. Святсков В.А. Уравнение Эйлера-Лагранжа в пограничном слое и его приложения. – Чебоксары: ЧГПУ, 2000. – 165с.