

НОВЫЕ УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА: ПРЕОДОЛЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО ПРОТИВОРЕЧИЯ В КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Меньшов Е.Н.

Ульяновский государственный технический университет

Анализируются уравнения Максвелла для вакуума на соответствие требованиям, предъявляемым к динамическим моделям типа «вход-выход»

$$\operatorname{rot} \mathbf{V} = c^{-2} (\partial \mathbf{E} / \partial t), \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - (\partial \mathbf{V} / \partial t). \quad (2)$$

Уравнение (1) выражает закон полного тока в дифференциальной форме, уравнение (2) – закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме. Каждый закон вытекает из опыта независимо друг от друга

Этими законами реально подтверждается факт наличия в электромагнитных явлениях двух самостоятельных причинно следственных отношений между физическими величинами \mathbf{V} и \mathbf{E} , где четко устанавливается величина, являющаяся причиной («воздействием») и – величина, являющаяся следствием («откликом»). Поэтому каждое отдельное уравнение содержит все признаки дифференциальной математической модели типа «вход – выход».

В теории динамических систем к дифференциальным моделям типа «вход-выход» предъявляются определенные требования и, в частности, **порядок дифференциального оператора «воздействия» не должен превышать порядка дифференциального оператора «отклика»**. В противном случае нарушаются в таких моделях (они называются вырожденными) объективно неотъемлемые инерционные отношения между «воздействием» и «откликом». Тестовые испытания вырожденных математических моделей на скачки «воздействий», как правило, выявляют бесконечные по величине «отклики».

В уравнениях (1)-(2) оператор «воздействия» представляет собой производную по времени первого порядка $\partial / \partial t$, а оператор «отклика» является пространственной производной тоже первого порядка rot . Создается впечатление, якобы, полного соответствия (1) и (2) отмеченному выше критерию.

Теория утверждает, что изменение во времени, например, магнитного поля, возбуждает **вихревое по структуре** электрическое поле $\operatorname{rot} \mathbf{E}$. В математике считается, что оператор rot вычленяет вихревую составляющую векторного поля. Значит вектора $\operatorname{rot} \mathbf{V}$ и $\operatorname{rot} \mathbf{E}$, являясь характеристиками структуры – **вихревой структуры**, возбуждаемых полей, могут тоже выступать в качестве объективных величин для характеристики ЭМП. Следует заметить, что каждое уравнение (1)-(2) в случае его тестирования соответствующими скачками \mathbf{E} или \mathbf{V} допускает бесконечные значения векторов $\operatorname{rot} \mathbf{V}$ или $\operatorname{rot} \mathbf{E}$.

Исследуем вопрос: может ли с физической точки зрения $\operatorname{rot} \mathbf{V}$ и $\operatorname{rot} \mathbf{E}$ принимать бесконечные значения? Для этого умножим скалярно обе части уравнения (1) на вектор \mathbf{E} , а – уравнения (2) на \mathbf{V} :

$$\mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{V} = \mu_0 (\partial w_3 / \partial t), \quad (3)$$

$$\mathbf{V} \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 (\partial w_m / \partial t). \quad (4)$$

Здесь $w_э$ и w_m соответственно плотности энергии электрического и магнитного полей, μ_0 - магнитная постоянная. Из уравнений (3)-(4) следуют, что величины $\mathbf{E} \text{rot} \mathbf{V}$ и $\mathbf{V} \text{rot} \mathbf{E}$ приравнены соответственно характеристикам мощности энергии поля. Так как в природе невозможны бесконечные мощности, поэтому $\text{rot} \mathbf{V}$ и $\text{rot} \mathbf{E}$ не должны принимать бесконечные значения.

Приходим к важному выводу, что такие физические ограничения **не выражаются математически** в уравнениях Максвелла. Этот недостаток обусловлен тем, что каждое уравнение Максвелла, являясь дифференциальной моделью типа «вход-выход», не отвечает критерию её построения — порядок дифференциального оператора «воздействия» не должен превышать порядка «отклика». Поскольку оператор воздействия есть производная по времени, тогда не трудно заключить в чем суть дефекта уравнений Максвелла — отсутствуют в левой части каждого уравнения составляющие с временными производными.

Для исправления «дефекта» предложены уравнения (5)-(6), уравнения (7)-(8) как следствия первых обоснованы в [1-2]:

$$-\tau \partial(\text{rot} \mathbf{H}) / \partial t + \text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + (\partial \mathbf{D} / \partial t), \quad (5)$$

$$\tau \partial(\text{rot} \mathbf{E}) / \partial t + \text{rot} \mathbf{E} = - (\partial \mathbf{B} / \partial t), \quad (6)$$

$$\tau \partial(\text{div} \mathbf{D}) / \partial t + \text{div} \mathbf{D} = \rho, \quad (7)$$

$$\text{div} \mathbf{B} = 0, \quad (8)$$

где τ - некоторая постоянная времени.

Известно – классическая электродинамика содержит в себе внутреннее принципиальное противоречие. Оно проявляется тогда, когда приходится учитывать в уравнении движения заряда дополнительную силу, названную силой реакции излучения. Это та сила, которая действует на заряженную частицу со стороны создаваемого ей поля электромагнитного излучения. Сила реакции излучения для электрона дается в системе CGSE формулой: $\mathbf{f}_s = (2e^2/3c^3) \mathbf{a} \mathbf{a} / dt$, где e – заряд, \mathbf{a} – ускорение. Уравнение движения электрона массой m под действием внешней силы \mathbf{f} принимает вид:

$$\mathbf{a} - (2e^2/3c^3 m) \mathbf{a} \mathbf{a} / dt = \mathbf{f} / m,$$

Это уравнение относится к классу уравнений, описывающих неустойчивые динамические системы: любое ненулевое начальное условие приведет к саморазгону электрона, что противоречит опыту и физическому смыслу.

Уравнениям (5)-(8) соответствует в операторной форме сила \mathbf{f}_s , исключающая саморазгон заряда:

$$\text{при } 0 \leq t \leq 2\pi\tau, \quad F_s(p) = -\{\tau_0 m / [(1+p\tau)(2\pi\tau)^2]\} V(p);$$

$$\text{при } t \geq 2\pi\tau, \quad F_s(p) = \{2\tau_0 m [1 - \text{ch}(2\pi\tau p)] / [(1+p\tau)(2\pi\tau)^2]\} V(p),$$

где $\tau_0 = (2e^2/3\epsilon_0 c^3 m) \cong 10^{-24} \text{ с}$, $V(p)$ – операторная скорость.

Отметим, что новые уравнения ограничивают число возможных электромагнитных колебаний предельной длиной волны $\lambda_{\text{мин}} = c\tau$.

1. Меньшов Е.Н. Математическое моделирование электромагнитного поля: Деп. в ВИНТИ от 25.10.2002, №1842 – В2002. – 9 с.

2. Меньшов Е.Н. Математическая модель электромагнитного поля // Вестник УлГТУ. - 2002. - №3. - С.64-71.