

# Задача оптимального обеспечения топливом предприятий энергетической промышленности с учетом качества энергоносителей

*Ю.В.Кириллов, С.А.Кудаев*

*Новосибирский государственный технический университет*

## 1. Введение

В современных условиях энергетические предприятия вынуждены строить свою работу с учетом конъюнктуры рынка энергоносителей, который в последнее время неуклонно расширяется. Например, предприятие ОАО «Новосибирскэнерго» ТЭЦ-2 закупает энергетический уголь на угольном рынке Кузбасса, который сегодня представляет собой 10 крупных угольных компаний, ряд самостоятельных фирм, объединяющий 47 шахт и 26 разрезов, 40 обогатительных фабрик и установок, а также ряд более мелких предприятий. Все они предлагают широкий ассортимент своей продукции – углей различных сортов, разной цены и соответствующего качества.

В условиях несвоевременной оплаты конечными потребителями услуг за произведенную электроэнергию ОАО «Новосибирскэнерго» часто испытывает финансовые затруднения и поэтому вынуждено закупать более дешевый, но некачественный уголь. Однако, как выяснили специалисты ТЭЦ, это приводит к тому, что возрастают удельные затраты на производство тепло- и электроэнергии в то время, как выход конечной продукции уменьшается. Более того, по подсчетам специалистов ОАО «Новосибирскэнерго», иногда убытки энергосистемы из-за потребления некачественного угля превышают выигрыш от покупки более дешевых энергоносителей.

Отсюда возникает задача оптимального выбора энергопредприятиями таких сортов угля, при использовании которых будет найден компромиссный вариант из следующих альтернатив:

- а) максимизация прибыли от производства тепловой и электрической энергии;
- б) минимизация затрат на закупку и транспортировку энергоносителей;
- в) минимизация затрат на потери при производстве тепло- и электроэнергии, связанные с качеством потребляемого угля.

Задачи такого рода являются многокритериальными (векторными) задачами оптимизации, оригинальный алгоритм решения которых был предложен в [1] и развит в [2]. В данной работе рассмотрен числовой пример его реализации для решения важной прикладной задачи.

## 2. Постановка векторной задачи

Пусть  $x_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) - доля количества угля  $i$ -го сорта в общем объеме закупаемых энергоносителей, а  $p_i$  - цена за 1 тонну соответствующего сорта, включая транспортировку. Качество угля

определяется двумя основными параметрами:  $a_i$  - % содержания золы и  $b_i$  - % содержания влаги в единице веса  $i$ -го сорта. Для нормальной работы оборудования ТЭЦ-2 установлены соответствующие нормативы на допустимые значения этих параметров:  $a_0=16\%$  и  $b_0=8\%$ . Специалистами ТЭЦ-2 были рассчитаны коэффициенты удельного выхода электрической ( $d_i$ ) и тепловой энергии ( $c_i$ ) при сжигании в котлоагрегатах 1 тонны угля  $i$ -го сорта. Значения этих параметров для основных сортов используемого угля приведены в таблице 4.1.

Таблица 1

№	Сорт угля	% содержания золы	% содержания влаги	Удельный выход электроэнергии, квт/час/тонна	Удельный выход тепловой энергии, Гкал/тонна	Цена за 1 тонну, руб.
1	ССсш	22,1	11,3	1532,12	1,465	439
2	ССР	21,4	11,0	1536,79	1,478	456
3	ССмсш	20,1	10,8	1539,23	1,478	471
4	ССомсш	18,0	10,0	1560,22	1,493	502
5	Ссрок1	17,5	9,0	1566,12	1,499	528
6	Томсш	17,3	8,8	1567,92	1,500	543
7	Тр	17	8,5	1570,62	1,503	569

Кроме того, были определены коэффициенты потерь, характеризующие уменьшение удельной выработки электрической ( $K_1$ ) и тепловой ( $K_2$ ) энергии при увеличении содержания золы на 1%, а также аналогичные коэффициенты потерь ( $K_3$  и  $K_4$  соответственно) при увеличении содержания влаги на 1%.

Таким образом, необходимо найти компромисс между максимальной выработкой электрической энергии

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \max, \quad (2.1)$$

тепловой энергии

$$\sum_{i=1}^n d_i x_i \rightarrow \max, \quad (2.2)$$

минимумом потерь от увеличения зольности при выработке электроэнергии и тепла

$$\left[ \sum_{i=1}^n (a_i - a_0) x_i \right] K_1 \rightarrow \min \quad (2.3)$$

$$\left[ \sum_{i=1}^n (a_i - a_0) x_i \right] K_2 \rightarrow \min, \quad (2.4)$$

а также минимумом потерь при выработке тепло- и электроэнергии от увеличения влажности

$$\left[ \sum_{i=1}^n (b_i - b_0) x_i \right] K_3 \rightarrow \min, \quad (2.5)$$

$$\left[ \sum_{i=1}^n (b_i - b_0) x_i \right] K_4 \rightarrow \min, \quad (2.6)$$

и, конечно, минимумом затрат на покупку и транспортировку

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \min. \quad (2.7)$$

Выбор необходимо сделать при условии, что

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1. \quad (2.8)$$

При этом нумерация переменных производится в соответствии с порядковым номером сорта угля, представленного в таблице 1. В результате имеем следующую линейную неоднородную задачу векторной оптимизации:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n d_i x_i \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n (a_i - a_0) x_i \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n (b_i - b_0) x_i \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{array} \right. \quad (2.9)$$

### 3. Решение векторной задачи

Используя в (2.9) данные таблицы 1, получаем следующую числовую модель векторной задачи:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1,465x_1 + 1,469x_2 + 1,478x_3 + 1,493x_4 + 1,499x_5 + 1,500x_6 + 1,504x_7 \rightarrow \max \\ 1532,12x_1 + 1536,79x_2 + 1539,23x_3 + 1560,22x_4 + 1566,12x_5 + \\ + 1567,92x_6 + 1570,62x_7 \rightarrow \max \\ 0,061x_1 + 0,054x_2 + 0,041x_3 + 0,02x_4 + 0,015x_5 + 0,013x_6 + 0,01x_7 \rightarrow \min \\ 0,033x_1 + 0,031x_2 + 0,028x_3 + 0,02x_4 + 0,01x_5 + 0,008x_6 + 0,005x_7 \rightarrow \min \\ 439x_1 + 456x_2 + 471x_3 + 500x_4 + 528x_5 + 543x_6 + 569x_7 \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Решим задачу (3.1) методом гарантированного результата при нормализации критериев (ГРНК) как линейную неоднородную задачу векторной оптимизации с равнозначными критериями [1]. Для автоматизации процесса решения была выбрана программа электронных таблиц Excel 9.0 из пакета MS Office XP (2002). В соответствии с алгоритмом решения таких задач [1] необходимо выполнить следующие этапы вычислений.

1. Решаем скалярные задачи оптимизации для каждого критерия с помощью модуля «Поиск решения» таблиц Excel 9.0 и определяем значения и координаты его максимума и минимума. Получаем:

$$\begin{aligned} f_1^{\max}(X_1^{\max}) &= 1,504; X_1^{\max} = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 1), f_1^{\min}(X_1^{\min}) = 1,465; X_1^{\min} = (1; 0; 0; 0; 0; 0; 0), \\ f_2^{\max}(X_2^{\max}) &= 1570,62; X_2^{\max} = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 1), f_2^{\min}(X_2^{\min}) = 1532,12; X_2^{\min} = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 1), \\ f_3^{\max}(X_3^{\max}) &= 0,061; X_3^{\max} = (1; 0; 0; 0; 0; 0; 0), f_3^{\min}(X_3^{\min}) = 0,01; X_3^{\min} = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 1), \\ f_4^{\max}(X_4^{\max}) &= 0,033; X_4^{\max} = (1; 0; 0; 0; 0; 0; 0), f_4^{\min}(X_4^{\min}) = 0,005; X_4^{\min} = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 1), \\ f_5^{\max}(X_5^{\max}) &= 569; X_5^{\max} = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 1), f_5^{\min}(X_5^{\min}) = 439; X_5^{\min} = (1; 0; 0; 0; 0; 0; 0). \end{aligned}$$

2. Производим нормализацию критериальных функций, получаем их относительные оценки  $I_1(X), I_2(X), \bar{I}_3(X), \bar{I}_4(X), \bar{I}_5(X)$ .

3. Формируем  $I$  - задачу для получения единственного Парето-оптимального решения (3.1):

$$\left\{ \begin{array}{l} I \rightarrow \max \\ I - I_1(X) \leq 0 \\ I - I_2(X) \leq 0 \\ I - \bar{I}_3(X) \leq 0 \\ I - \bar{I}_4(X) \leq 0 \\ I - \bar{I}_5(X) \leq 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Решение  $I$  - задачи приведено на рис. 1. Координаты компромиссного решения равнозначной задачи:

$$X_{eqv}^0 = (0,336; 0; 0; 0; 0,667; 0; 0) .$$

При этом компромиссные значения относительных оценок критериев будут гарантированно не хуже  $I = 0,545$  . Действительно:

$$I_1 (X_{eqv}^0) = 0,578; I_2 (X_{eqv}^0) = 0,588; \bar{I}_3 (X_{eqv}^0) = 0,598;$$

$$\bar{I}_4 (X_{eqv}^0) = 0,545; \bar{I}_5 (X_{eqv}^0) = 0,545$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
113									
114	<b>Решение равнозначной векторной задачи</b>								
115									
116	$\lambda$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	max
117	0,545421	0,3360088	0	0	0	0,6639912	0	0	0,545421379
118									
119	1	0	0	0	0	0	0	0	коэф. ЦФ
120									
121	<b>Ограничения</b>								
122				лев. часть	знак	прав. часть			
123									
124		$\lambda - \lambda_1(X)$		-0,033443	$\leq$	0			
125		$\lambda - \lambda_2(X)$		-0,042685	$\leq$	0			
126		$\lambda - \bar{\lambda}_3(X)$		-0,053473	$\leq$	0			
127									
128		$\lambda - \bar{\lambda}_4(X)$		0,000000	$\leq$	0			
129		$\lambda - \bar{\lambda}_5(X)$		0,000000	$\leq$	0			
130									
131									
132									
133									
134									
135				$\sum_{i=1}^n x_i$	$=$	1			
136									
137									
138									

Рис. 1

Таким образом, для получения оптимального решения необходимо закупать уголь 1 сорта в количестве 33,6% от общего объема и 66,4% угля 5 сорта. При этом общие затраты на закупку составят 54,5% от максимальной стоимости, затраты на потери от повышенной влажности составят 54,5% от максимальных, затраты на потери от повышенной зольности составят 59,8% от максимальных, производство тепловой энергии будет на уровне 58,8% от максимума, а производство электроэнергии – на уровне 57,8% от того максимума, который был бы достигнут, если в качестве единственного критерия выбрать только общий объем выработанной ТЭЦ-2 электрической энергии.

4. Поставим теперь задачу улучшить найденное компромиссное решение. Пусть ЛПР желает непременно уменьшить затраты на покупку энергетического угля даже за счет значений по остальным критериям. Для этого, в соответствии с алгоритмом решения неравнозначной линейной задачи векторной оптимизации [2], необходимо увеличить значение относительной оценки по 5-му критерию, ухудшив значения остальным критериев с помощью коэффициентов приоритета 5-го критерия по отношению к ним. Вычисление необходимых пределов коэффициентов приоритета представлено на рис. 2.

138									
139		Кoeffициенты приоритета 5-го критерия							
140									
141	$X_{eqv}^0$	0,3360088	0	0	0	0,6639912	0	0	
142									
143	$X_5^{min}$	1	0	0	0	0	0	0	
144									
145									
146	$\bar{\lambda}_5(X_{eqv}^0)$	0,545421	$\lambda_1(X_{eqv}^0)$	0,578864	$\lambda_1(X_5^{min})$	0,000000			
147									
148	$\bar{\lambda}_5(X_5^{min})$	1,000000	$\lambda_2(X_{eqv}^0)$	0,588107	$\lambda_2(X_5^{min})$	0,000000			
149									
150									
151									
152			$\bar{\lambda}_3(X_{eqv}^0)$	0,598894	$\bar{\lambda}_3(X_5^{min})$	0,000000			
153									
154									
155			$\bar{\lambda}_4(X_{eqv}^0)$	0,545421	$\bar{\lambda}_4(X_5^{min})$	0,000000			
156									
157									
158		Пределы изменения коэффициентов				Выбор			
159									
160		0,9422269	$\leq$	$\bar{p}_1^5(X)$	$\leq$	$\infty$	$\bar{p}_1^5$	100	
161									
162		0,9274194	$\leq$	$\bar{p}_2^5(X)$	$\leq$	$\infty$	$\bar{p}_2^5$	100	
163									
164		0,9107143	$\leq$	$\bar{p}_3^5(X)$	$\leq$	$\infty$	$\bar{p}_3^5$	100	
165									
166		1	$\leq$	$\bar{p}_4^5(X)$	$\leq$	$\infty$	$\bar{p}_4^5$	100	
167									
168									

Рис. 2

В результате получим

$$0,942 \leq \bar{p}_1^5 \leq \infty; 0,927 \leq \bar{p}_2^5 \leq \infty; 0,91 \leq \bar{p}_3^5 \leq \infty; 1 \leq \bar{p}_4^5 \leq \infty.$$

5. Формируем вектор коэффициентов приоритета в найденных пределах

$$P^5 = (100; 100; 100; 100; 1)$$

и строим  $I$  - задачу с неравнозначными критериями:

$$\left\{ \begin{array}{l} I \rightarrow \max \\ I - 100I_1(X) \leq 0 \\ I - 100I_2(X) \leq 0 \\ I - 100\bar{I}_3(X) \leq 0 \\ I - 100 \cdot \bar{I}_4(X) \leq 0 \\ I - \bar{I}_5(X) \leq 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Решение неравнозначной задачи приведено на рис 3. В результате получим новые координаты Парето-оптимального решения:

$$X_{noneqv}^0 = (0,988; 0; 0; 0; 0,012; 0; 0).$$

Т.е., в этом случае угля 1 сорта следует закупать уже в количестве 98,8% от общего объема, а угля 5 сорта только 0,12%. Как видно, значение 5-го критерия явно улучшается и лишь на 1% больше своего локального минимума.

168									
169									
170	<b>Решение неравнозначной векторной задачи с приоритетом 5-го критерия</b>								
171									
172	$\lambda$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	max
173	0,991734	0,9879267	0	0	0	0,0120733	0	0	0,991734441
174									
175	1	0	0	0	0	0	0	0	коэф. ЦФ
176									
177	<b>Ограничения</b>								
178		лев. часть	знак	прав. часть			$f_i(x_{eq}^0)$	$f_i(x_{noneq}^0)$	
179									
180	$\lambda - \tilde{p}_1 \tilde{A}_1(X)$	-0,060809	$\leq$	0	$\tilde{\lambda}_1(X)$	0,010525	1,4875757	1,465410	
181	$\lambda - \tilde{p}_2 \tilde{A}_2(X)$	-0,077614	$\leq$	0	$\tilde{\lambda}_2(X)$	0,010693	1554,7621	1532,531699	
182	$\lambda - \tilde{p}_3 \tilde{A}_3(X)$	-0,097229	$\leq$	0	$\tilde{\lambda}_3(X)$	0,010890	0,0304564	0,060445	
183	$\lambda - \tilde{p}_4 \tilde{A}_4(X)$	0,000000	$\leq$	0	$\tilde{\lambda}_4(X)$	0,009917	0,0177282	0,032722	
184	$\lambda - \tilde{p}_5 \tilde{A}_5(X)$	0,000000	$\leq$	0	$\tilde{\lambda}_5(X)$	0,991734	498,09522	440,074523	
185									
186									
187									
188	$\sum_{i=1}^n x_i$	1	$=$	1					
189									
190									
191									
192									
193									

Рис. 3

Однако значения других критериев стали хуже: затраты на потери от повышенной влажности и зольности возросли до 99% от максимума, выработка тепловой и электрической энергии снизились до значений лишь на 1% превышающих минимально возможные. Тем не менее, цель достигнута: значение критерия 5 явно улучшилось по сравнению с равнозначной задачей.

#### 4. Выводы

Таким образом, метод ГРНК является действенным инструментом для принятия оптимальных решений в сложных условиях многокритериального выбора. Следует отметить, что вычисляемые коэффициенты приоритета являются эффективным средством целенаправленного изменения значений компромиссного решения, в первую очередь его улучшения. Это является дополнительным плюсом для практического использования алгоритмов метода ГРНК, так как значительно снижает субъективизм в принятии решений по такому важному вопросу, как приоритет определенного критерия.

#### Литература

1. Иванов Л.Н., Кириллов Ю.В. К вопросу о Парето-оптимальности решений задач векторной оптимизации // Сборник научных трудов НГТУ, 2003, №3, стр. 61-74.
2. Кириллов Ю.В. Методы многокритериальной оптимизации в информационных технологиях анализа инновационной деятельности // «Актуальные проблемы электронного приборостроения» АПЭП – 2004: Тр. VII междунар. конф., Новосибирск, 21-24 сент., 2004 – Изд-во НГТУ, 2004. – Т. 7. – стр. 84 – 88.