Кинематические параметры криволинейного движения лесовозного автопоезда

Соколов Г.М., Стариков С.А.
Марийский государственный технический университет

Для оценки динамических процессов, происходящих при криволинейном движении лесовозного автопоезда (ЛАП-а), необходимо знать кинематические параметры его основных элементов и характерных точек и связь между ними.

В реальных условиях движение ЛАП-а по кривым характеризуется явно выраженной кинематической нестационарностью. Поэтому в основе его изучения должны лежать комплексные исследования дважды (геометрически и кинематически) нестационарных режимов, которые представляют собой наиболее распространенный вид движения и качественно отличаются от стационарных.

В проекции на опорную поверхность движение каждого элемента ЛАП-а в приближении можно считать плоско-параллельным.

Задачами исследований является определение траекторий характерных точек автопоезда, линейных и угловых скоростей и ускорений, построение подвижной и неподвижной центроид, кругов Лагира и Брессе, свидетельствующих о знакопеременности нормальных и касательных ускорений [1].

Разработанная математическая модель [2] позволяет решать геометрические задачи криволинейного движения ЛАП-а в условиях голономных связей без учета параметра времени, в результате чего можно получить соотношения между кинематическими параметрами.

При заданном законе движения вдоль основной траектории $s = s(t)$ [3] скорость, касательное и нормальное ускорения средней точки задней оси автомобиля

$$v = \dot{s}, \quad w^t = \ddot{s}, \quad w^n = \dot{s}^2 / r ,$$

где r - радиус кривизны.

Исходя из теории плоского движения определяются кинематические параметры характерных точек и основных элементов ЛАП-а [2]. При этом линейные и угловые скорости связаны между собой аналогичными соотношениями, что линейные и угловые перемещения, соответственно.

Скорость и ускорение произвольной точки M

$$\bar{v}_M = \bar{v}_{Ai} + \bar{v}_{MAi}, \quad \bar{w}_M = \bar{w}_{Ai} + \bar{w}^n_{MAi} + \bar{w}^t_{MAi},$$

где v_{Ai}, w_{Ai} - скорость и ускорение точки A_i, выбранной за полюс.

Угловая скорость и угловое ускорение i-того элемента автопоезда

$$w_i = v_i \frac{dV_i}{ds_i}, \quad e_i = w_i^t \frac{dV_i}{ds_i} + {v_i}^2 \frac{d^2 V_i}{{ds_i}^2},$$

где V_i - угол поворота i-того элемента ЛАП-а, v_i, s_i - скорость и перемещение точек продольной оси элемента вдоль нее.

Касательные ускорения центров масс элементов ЛАП-а имеют место как при неравномерном движении из-за проявления кинематической нестационарности, так и при равномерном, когда сказывается геометрическая нестационарность.

Уравнение неподвижной центроиды i-того элемента

$$x_{Pi} = x_{Ai} - (dV_i / dy_{Ai})^{-1}, \quad y_{Pi} = y_{Ai} + (dV_i / dx_{Ai})^{-1},$$

где x_{Ai}, y_{Ai} - координаты полюса A_i в неподвижной системе координат.

Соответственно, уравнение подвижной центроиды

$$m_{Pi} = m_{Ai} - \left(\frac{dy_{Ai}}{dx_{Ai}} \cos V_i - \sin V_i \right) \left(\frac{dV_i}{dx_{Ai}} \right)^{-1}, \quad n_{Pi} = n_{Ai} + \left(\cos V_i - \frac{dy_{Ai}}{dx_{Ai}} \sin V_i \right) \left(\frac{dV_i}{dy_{Ai}} \right)^{-1},$$

где m_{Ai}, n_{Ai} - координаты полюса A_i в подвижной системе координат.

Окружность

$$\left\{ x - \left[x_{Pi} + \left(2 \frac{dV_i}{dy_{Pi}} \right)^{-1} \right] \right\}^2 + \left\{ y - \left[y_{Pi} - \left(2 \frac{dV_i}{dx_{Pi}} \right)^{-1} \right] \right\}^2 = \left(2 \frac{dV_i}{ds_{Pi}} \right)^2$$

представляет собой геометрическое место точек, нормальные ускорения которых равны нулю (точек перегибов траекторий). Ограниченный ею круг является кругом Лагира (поворотным кругом).

Окружность

$$\{x - [x_{Pi} - (dx_{Pi} / ds_{Ai}) / 2B]\}^2 + \{y - [y_{Pi} - (dy_{Pi} / ds_{Ai}) / 2B]\}^2 = [(ds_{Pi} / ds_{Ai}) / 2B]^2,$$

где $B = \left(\frac{d^2 s_i}{ds_{Ai}^2} \right) \left(\frac{ds_i}{ds_{Ai}} \right)^{-1} - \left(\frac{d^2 V_i}{ds_{Ai}^2} \right) \left(\frac{dV_i}{ds_{Ai}} \right)^{-1}$, определяет семейство точек, для которых отношение $\left(d^2 s_i / ds_{Ai}^2 \right) / \left(ds_i / ds_{Ai} \right)$ является постоянной величиной. С введением параметра времени касательные ускорения этих точек равны нулю. Образованная ими окружность ограничивает круг Брессе (круг перемены).

Полученные кинематические соотношения в дальнейшем могут быть положены в основу динамических исследований движения ЛАП-а по кривым. Они позволяют провести многосторонний анализ изучаемых процессов при различных законах – разгоне, равномерном движении, торможении.

Литература

1. Соколов, Г. М. Исследование точек подвижной плоскости по геометрическим признакам / Г. М. Соколов. – ВИНИТИ, 1985. № 3309-85. – 34 с.

2. Соколов, Г. М. Движение лесовозного автопоезда на кривых. Теория. Расчет. Эксперимент / Г. М. Соколов. – ВИНИТИ, 1998. № 2507-В98. – 274 с.

3. Закин, Я. Х. Прикладная теория движения автопоезда / Я. Х. Закин. – М.: Транспорт, 1967. – 356 с.