

Кремер А.И., Алгазинов Э.К.

Аналитическое моделирование маршрутизации в телекоммуникационных системах

Процесс доставки пакета получателю по одиночному маршруту в сети представляет собой конечную цепь Маркова. Матрица переходных вероятностей P совместно с априорным распределением узлов определяет Марковский процесс, описывающий процедуру доставки пакета конкретному узлу-адресату. Для конкретной сети можно построить матрицу переходных вероятностей P , которая описывает дискретный процесс Маркова с двумя поглощающими состояниями, одно из которых - искомый узел l , а другое - потеря поиска. Остальные узлы образуют множество невозвратных состояний, вероятности переходов в котором представлены матрицей S . Для замкнутого задания потоков в сети вводится нулевое состояние конечной цепи Маркова, из которого нагрузка поступает в узлы сети. Исходными данными при задании начального распределения потоков является матрица интенсивностей $I^l = \| I_{ij}^l \|_{n,n}$, где I_{ij}^l - интенсивность потока заявок (пакетов/с), исходящих из узла i в направлении узла j . Вероятности переходов в узлы сети из нулевого состояния определяются на основании матрицы интенсивностей

$$P_{0i}^l = \frac{I_{il}^l}{\sum_{j=1}^n I_{ij}^l}. \quad (1)$$

При этом сама матрица P имеет следующий вид:

$$P^{(l)} = \begin{bmatrix} E & O \\ S & Q \end{bmatrix}_{n+2, n+2}, \quad (2)$$

где E - единичная матрица, размерности 2×2 ,

O - нулевая матрица, размерности $2 \times n$,

S - матрица, размерности $n \times 2$, отображает переходы из невозвратных состояний в эргодические (поглощающие),

Q - матрица, размерности $n \times n$, отражает поведение процесса до выхода их множества невозвратных состояний,

l - индекс, означающий, что матрица построена для l -го искомого узла.

При анализе функционирования всей сети в целом, когда возникновение требований на передачу пакетов носит массовый характер, необходимо рассмотрение совокупности конечных цепей Маркова, где каждому узлу-адресату соответствует одна вложенная конечная цепь Маркова. Состояния цепи отождествляются с узлами сети, и все процессы, как правило, определены на одних и тех же состояниях. Полное описание процессов маршрутизации в сети с n узлами предполагает наличие n переходных матриц вида (2). При этом система

уравнений (3), описывающая массовые процессы маршрутизации в сети, является нелинейной.

$$\begin{aligned}
 p_{jk} &= (I_{jk} - C_{jk}) \cdot m / I_{jk} \text{ для } r_{jk} \geq 1, \\
 p_{jk} &= (1 - r_{jk}) r_{jk}^{m_{jk}} / (1 - r_{jk}^{m_{jk}+1}) \text{ для } r_{jk} < 1, \\
 P^{(l)} &= \| p_{ik}^{(l)} \|_{n-1, n-1}, \quad p_{ik}^{(l)} = \sum_{s=1}^{2^r} \Omega_i^{(s)} x_{ik}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

где l/m - средняя длина пакетов,

I_{ij} - интенсивность потока в ребре jk ,

C_{jk} - пропускная способность ребра jk ,

$W_i^{(s)}$ - вероятность возникновения ситуации (X_{iW}) ,

p_{ik} - вероятность блокировки канала ik ,

ρ_{jk} - коэффициент использования канала,

$P_{ik}^{(l)}$ - вероятность отправки пакета из узла i в узел k для искомого узла l .

Численное решение системы нелинейных уравнений (3) для заданной сети, трафика и условий функционирования позволяет осуществить определение вероятностно-временных характеристик сети, провести оценку используемых алгоритмов маршрутизации, способов управления потоками и т.п. Как видно из (4), поиск решения системы численным методом носит итерационный характер.

$$\begin{aligned}
 p^{(b)}_{jk} &= (I^{(b-1)}_{jk} - C_{jk}) \cdot m / I^{(b-1)}_{jk} \text{ для } r^{(b-1)}_{jk} \geq 1, \\
 p^{(b)}_{jk} &= (1 - r_{jk}^{(b-1)}) r_{jk}^{m_{jk}} / (1 - r_{jk}^{m_{jk}+1}) \text{ для } r^{(b-1)}_{jk} < 1, \\
 P_l^{(b)} &= \| p_{ik}^{(b)} \|_{n-1, n-1}, \quad p_{ik}^{(b)} = \sum_{s=1}^{2^r} \Omega_i^{(s)(b)} x^{(b)}_{ik}, \\
 I^{(b)}_{jk} &= \left(\sum_l^n \sum_{i \neq l}^n I_{il}^{(b)} \cdot f_{ij}^{(b)} \cdot q_{jk}^{(b)} \right) / (1 - s_{jk}^{(b)}) + I_s^{(b)}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

где b – номер шага,

$f_{ij}^{(b)}$ - соответствующая строка фундаментальной матрицы F на шаге b ,

$q_{jk}^{(b)}$ - соответствующая строка фундаментальной матрицы Q на шаге b ,

$s_{jk}^{(b)}$ - среднеквадратичное отклонение интенсивности потока на шаге b ,

$\lambda_s^{(b)}$ - служебный поток на шаге b .

Идентификация параметров модели процесса маршрутизации, близких к оптимальным значениям, возможна в ходе итерационного процесса поиска решения системы нелинейных уравнений (4). После введения в итерационный процесс поиска решения системы потоковых уравнений пошаговой процедуры коррекции конфигурационных параметров алгоритма маршрутизации становится возможным нахождение их оптимальных значений для заданной сети и трафика.