

**Применение уравнения Эйлера—Лагранжа в пограничном слое  
к решению задач защиты окружающей среды**

Святсков В.А.

Чебоксарский институт Московского государственного открытого университета  
(ЧИ МГОУ)

1. Процессы моделирования в отображении современного состояния науки и техники.

Современное состояние общества таково, что решение большинства проблем науки и техники невозможно без опоры на основы моделирования, в частности на методы математического моделирования. В настоящее время при решении уже поставленных задач специалисту в своей области не обязательно владеть математическими методами в совершенстве, как было еще совсем недавно, или привлекать математиков-исследователей к решению поставленных проблем. Достаточно уметь пользоваться современными компьютерными математическими и техническими приложениями такими как Maple, Mathcad, Statistica, Excel, MatLab и др.

2. Роль обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) в постановках и решении задач математического моделирования.

К началу XXI века усилилась тенденция взаимосвязи различных областей науки и техники. Новые решения часто возникают на стыке наук. Многие явления природы и техники можно описать на основе дифференциальных уравнений. Кстати, математическое выражение общеизвестного второго закона Ньютона является обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ) второго порядка. Классические методы решения ОДУ уже разработаны. Но в настоящее время нет еще общей теории ОДУ с особыми точками, хотя приложения этой теории громадны, а именно: нелинейная механика, теория нелинейных колебаний, такие явления физики, как разрывы, быстрые переходы, краевые эффекты; химия, биология, теория оптимальных аэродинамических форм [1].

3. Явление пограничного слоя.

По поводу проведенного автором исследования можно сделать следующий вывод: окрестность особой точки ОДУ формирует пограничный слой. В этом пограничном слое решение задачи представимо в виде обобщенного степенного ряда [2, с.40, формула (1.1.10)]. Явление пограничного слоя может возникать вблизи поверхностей разрыва решения вырожденной задачи для ОДУ (при нулевом значении параметра малости).

3. Применение уравнения Эйлера-Лагранжа в пограничном слое к различным областям математики и механики.

Известно, что состояние некоторой технической системы можно представить в виде лагранжиана, или интегранта  $L$ . Уравнение Эйлера-Лагранжа для него имеет вид [2, с.38, ф-ла (1.1.2)]. Трудности возникают при исследовании подобного рода задач, если существует точка, в которой нарушено усиленное условие Лежандра [2, с.39, ф-ла (1.1.5)]. В этом случае решение поставленной задачи численно определить практически невозможно, аналитическими методами

решение получается только для определенного класса задач. Один из выходов из создавшейся ситуации – метод локализации поставленной проблемы: решение искать в окрестности особой точки, а затем это решение известными методами сшить на всем интервале исследования.

Приложения полученного автором уравнения [2, с.46, ф-лы (1.2.7, 1.2.6)] – следующие: движение тела переменной массы, теория оптимальных аэродинамических форм, представление плоских кривых вблизи точки возврата [1, главы IV, V, VI соответственно].

#### 4. Перспективы применения уравнения Эйлера-Лагранжа в пограничном слое.

Динамика тела переменной массы [3] со следующими начальными данными:

- первоначальная масса исходного тела очень мала (практически равна нулю);
- начальная скорость тела равна нулю;
- скорость налипающих частиц равна нулю или постоянна.

Конкретные реализации этого пункта могут быть следующие:

- движение мусоросборщиков в околоземном пространстве;
- микробиология (движение и увеличение опухоли, бактерии и т.п.);
- движение любого объекта переменной массы, начальные условия

которого удовлетворяют требованиям этого пункта.

#### **Литература**

1. *Svyatskov V.A. One Method of Calculation for Optimal Shape of a Body in Hypersonic Flow near a Singular Point.// High Speed Hydrodynamics. The International Summer Scientific School. – Russia, Cheboksary: 2002. – pp. 383 – 388.*

2. *Святсков В.А. Уравнение Эйлера-Лагранжа в пограничном слое и его приложения. – Чебоксары: ЧГПУ, 2000. – 165с.*

3. *Новоселов В.С. Аналитическая механика систем с переменными массами. – Л.: ЛГУ, 1969. – 240 с.*